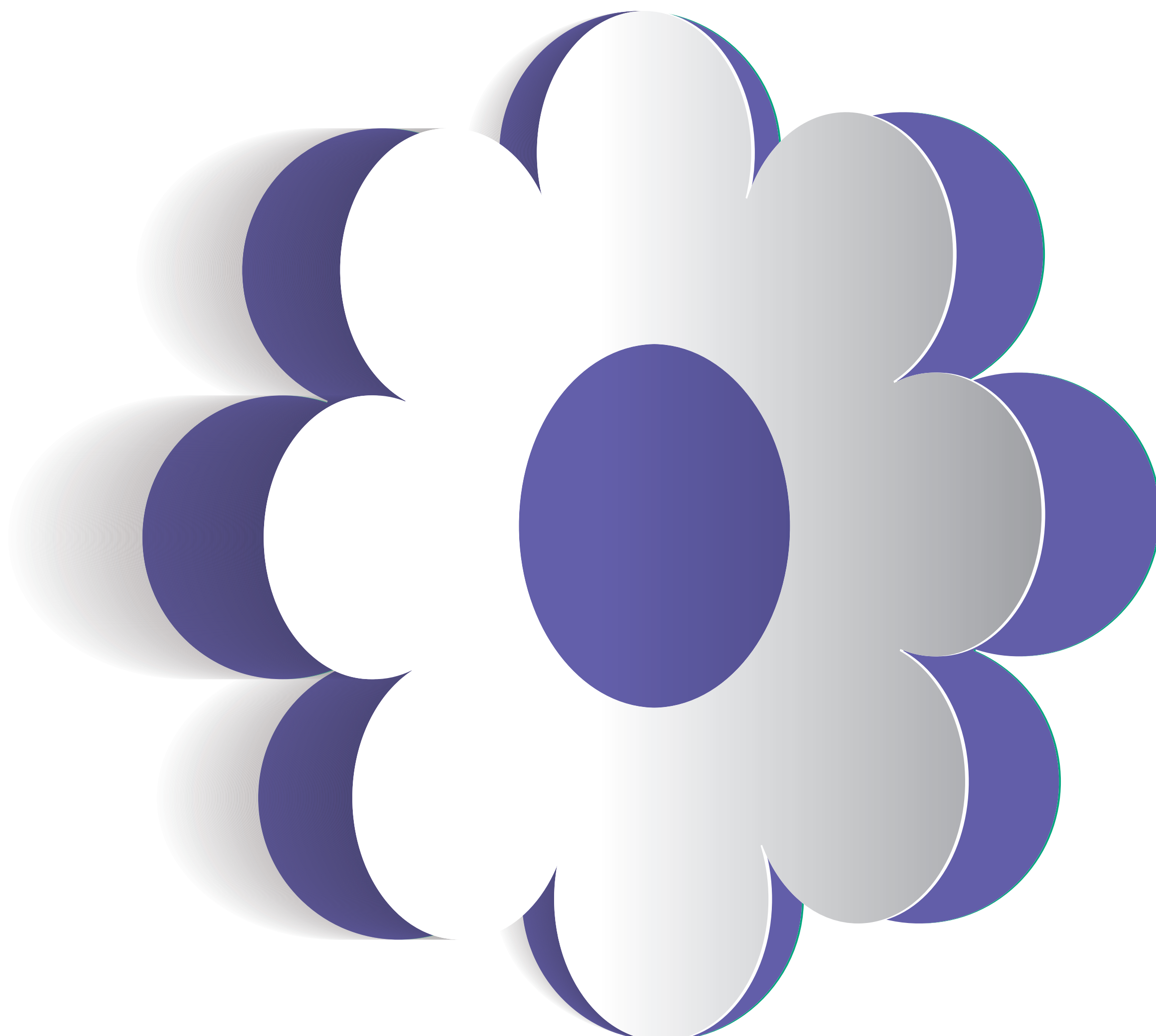
2009 개정 교육과정
인천광역시교육감 인정
고교-04-097-04-13

고|등|학|교

기초 수학



신항균
이광연
조준모
윤기원

(주)지학사

교과서 물려주기 기록표

연도	교과서 사용자				상태
	학년	반	번호	이름	

※ 상태 표기 예시: 매우 좋음, 좋음, 보통, 나쁨

고|등|학|교

기초 수학

(주)지학사

들어가는 말



수학은 오랜 옛날부터 문명의 발달에 핵심적인 역할을 해왔으며 앞으로도 이와 같은 수학의 역할은 더욱 확대될 것이다. 특히 현재의 지식 정보화 사회에서의 신기술은 수학의 뒷받침 없이는 얻어질 수 없다. 실제로 수학은 우주, 항공, 컴퓨터 과학과 같은 자연 과학은 물론이고 경제, 경영 등과 같은 인문 · 사회 과학에도 폭넓게 이용되고 있다. 또한 현대 문명을 합리적으로 운영하고 발전시켜 21세기를 살아가는 우리에게 창조적이고 논리적인 아이디어를 제공하는 기초가 되고 있다.

수학을 공부하는 목적은 단순히 수학의 기본 지식을 습득하는 데에서 벗어나 사물의 현상을 수학적으로 관찰하고 해석함으로써 실생활의 여러 가지 문제에 적극적으로 대처하고 합리적이고 논리적으로 해결하는 능력을 기르는 데 있다.

이런 목적을 달성하기 위하여 이 책은 전인적 성장의 기반 위에 개성의 발달과 진로를 개척하는 사람, 기초 능력의 바탕 위에 새로운 발상과 도전으로 창의성을 발휘하는 사람, 문화적 소양과 다원적 가치에 대한 이해를 바탕으로 품격 있는 삶을 영위하는 사람, 세계와 소통하는 시민으로서 배려와 나눔의 정신으로 공동체 발전에 참여하는 사람을 육성하려는 마음가짐으로 새롭게 개정된 교육과정에 맞게 만들었다.

특히 학생들이 생활 주변에서 일어나는 여러 가지 현상을 수학적으로 생각하고, 주어진 문제를 창의적이고 합리적으로 해결하는 능력을 기를 수 있도록 하기 위하여 다음과 같은 사항에 중점을 두고 엮었다.

첫째, 수학적 개념과 원리를 이해하고 기초 계산을 숙달하게 할 뿐만 아니라 학생의 추론 능력, 문제 해결 능력 그리고 의사소통 능력을 발달시킬 수 있도록 하였다.

둘째, 생각 열기를 통하여 자신을 둘러싼 세계에 대한 경험을 토대로 다양한 문화와 가치에 대한 이해를 넓히고, 탐구 활동을 통하여 스스로 수학을 체험하게 함으로써 학생들이 자연스럽게 수학적 내용을 이해할 수 있도록 하였다.

셋째, 심신의 건강하고 조화로운 발달을 추구하며, 다양한 분야의 경험과 지식을 익혀 적극적으로 진로를 탐색할 수 있도록 하였으며, 흥미와 더불어 수학의 아름다움을 발견하고 수학의 유용성을 느낄 수 있도록 하였다.

본래 수학은 암기만으로는 좋은 학습 성과를 거둘 수 없고, 학생 스스로가 문제를 해결하고자 노력할 때 비로소 원리나 법칙 등이 심도 있게 이해되고 학습에 흥미도 느끼게 되는 과목이다. 이 책이 스스로 문제를 해결하려는 학생들에게 좋은 길잡이가 되기를 기대한다. 또 이 책으로 수학 실력을 키워 오늘날의 정보화와 세계화 시대에 걸맞은 창조적이고 지혜로운 사람으로 성장하기 바란다.



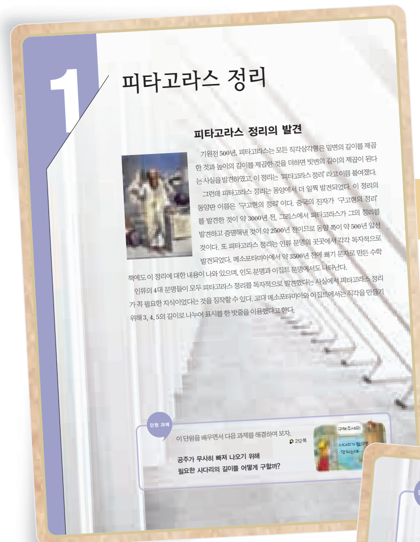
지은이 씀

이 책의 짜임새



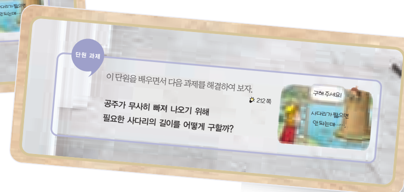
대단원 도입

단원과 관련된 사진을 제시하고 관련 내용을 소개함으로써 단원 학습의 흥미와 관심을 높였다. 또 앞서 배운 내용과 단원의 연계성 확인을 위한 문제를 제시하였다.



중단원 도입

새로운 학습을 시작하면서 다른 교과나 실생활과 관련된 내용을 스토리텔링 형식으로 소개하고 수학적 사고를 유발하는 물음을 제시하여 학습 동기를 유발하도록 하였다.







본 문 전 개

생각 열기 / 탐구 활동

본격적인 학습에 앞서 스토리텔링으로 흥미를 이끌어 내고, 새로 도입할 수학 원리의 탐구를 통해 학습 내용의 실마리를 제공하였다.

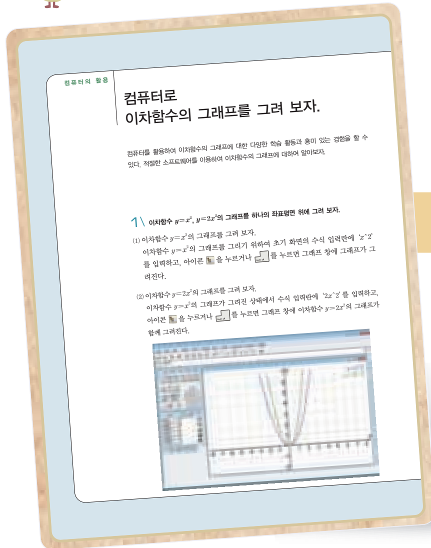
예제 / 문제

대표적인 유형의 문제로 개념 이해를 탄탄히 하고, 유사 문제를 해결할 수 있도록 하였다.

창의 UP / 사고력 기르기 / 단원 과제

수학의 개념을 깊이 생각하고 표현함으로써 창의력을 높이며, 추론, 의사소통, 문제 해결의 세 유형으로 사고력을 기르고, 중단원 도입과 관련한 구체적인 문제를 통해 생활에 적용되는 수학을 직접 느낄 수 있도록 하였다.





컴퓨터의 활용

컴퓨터로 이차함수의 그래프를 그려 보자.

컴퓨터를 활용하여 이차함수의 그래프에 대한 다양한 학습 활동과 흥미 있는 경험을 할 수 있다. 적절한 소프트웨어를 이용하여 이차함수의 그래프에 대하여 알아보자.

1 이차함수 $y=x^2$, $y=2x^2$의 그래프를 하나의 좌표평면 위에 그려 보자.

(1) 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 그려 보자.
이차함수 $y=x^2$의 그래프를 그리기 위하여 초기 화면의 수식 입력란에 'x^2'를 입력하고, 아이콘 을 누르거나 를 누르면 그래프 창에 그래프가 그려진다.

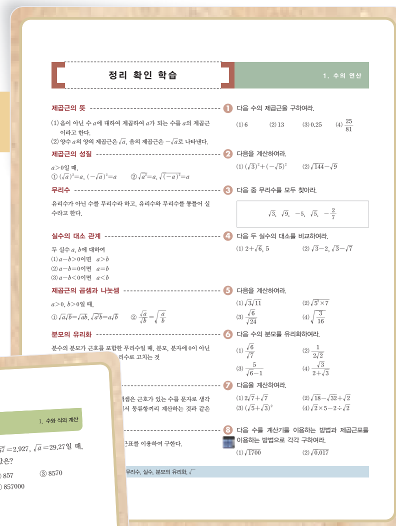
(2) 이차함수 $y=2x^2$의 그래프를 그려 보자.
이차함수 $y=x^2$의 그래프가 그려진 상태에서 수식 입력란에 '2x^2'를 입력하고, 아이콘 을 누르거나 를 누르면 그래프 창에 이차함수 $y=2x^2$의 그래프가 함께 그려진다.

공학적 도구의 활용

공학적 도구를 의미 있게 활용할 수 있는 학습 주제를 선정하여 컴퓨터, 계산기 등을 활용하는 방법을 제시함으로써 학습자의 흥미를 높이고, 효과적인 수업이 될 수 있도록 하였다.

단원 마무리

중단원에서 배운 내용을 요약 · 정리하고 이에 대한 기본 문제를 제시하여 학생 스스로 부족한 부분을 보충할 수 있도록 하였으며, 대단원 학습 내용을 총망라한 다양한 평가 문제를 통해 수학적 표현 능력을 기를 수 있도록 하였다.



정리 확인 학습 　 1. 수의 연산

제곱근의 뜻 ······ 1 다음 수의 제곱근을 구하여라.
(1) 음이 아닌 수 a에 대하여 제곱하여 a가 되는 수를 a의 제곱근이라고 한다.
(2) 양수 a의 양의 제곱근은 $\sqrt{a}$, 음의 제곱근은 $-\sqrt{a}$로 나타낸다.
(1) 6 (2) 13 (3) 0.25 (4) $\frac{25}{81}$

제곱근의 성질 ······ 2 다음을 계산하여라.
$a>0$일 때,
① $(\sqrt{a})^2=a$, $(-\sqrt{a})^2=a$ ② $\sqrt{a^2}=a$, $\sqrt{(-a)^2}=a$
(1) $(\sqrt{3})^2+(-\sqrt{5})^2$ (2) $\sqrt{144}-\sqrt{9}$

무리수 ······ 3 다음 중 무리수를 모두 찾아라.
유리수가 아닌 수를 무리수라 하고, 유리수와 무리수를 통틀어 실수라고 한다.
$\sqrt{3}$, $\sqrt{9}$, -5, $\sqrt{5}$, $-\frac{2}{7}$

실수의 대소 관계 ······ 4 다음 두 실수의 대소를 비교하여라.
두 실수 a, b에 대하여
(1) $a-b>0$이면 $a>b$
(2) $a-b=0$이면 $a=b$
(3) $a-b<0$이면 $a<b$
(1) $2+\sqrt{6}$, 5 (2) $\sqrt{3}-2$, $\sqrt{3}-\sqrt{7}$

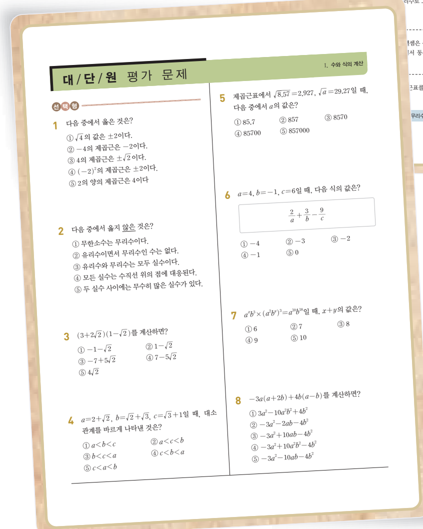
제곱근의 곱셈과 나눗셈 ······ 5 다음을 계산하여라.
$a>0$, $b>0$일 때,
① $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ ② $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$
(1) $\sqrt{3}\sqrt{11}$ (2) $\sqrt{5^2\times7}$ (3) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{24}}$ (4) $\sqrt{\frac{3}{16}}$

분모의 유리화 ······ 6 다음 수의 분모를 유리화하여라.
분수의 분모가 근호를 포함한 무리수일 때, 분모, 분자에 0이 아닌 ... 리수로 고치는 것
(1) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$ (2) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ (3) $\frac{5}{\sqrt{6}-1}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

······ 7 다음을 계산하여라.
...셈은 근호가 있는 수를 문자로 생각 ...서 동류항끼리 계산하는 것과 같은
(1) $2\sqrt{7}+\sqrt{7}$ (2) $\sqrt{18}-\sqrt{32}+\sqrt{2}$ (3) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2$ (4) $\sqrt{2}\times5-2\div\sqrt{2}$

······ 8 다음 수를 계산기를 이용하는 방법과 제곱근표를 이용하는 방법으로 각각 구하여라.
...근표를 이용하여 구한다.
(1) $\sqrt{1700}$ (2) $\sqrt{0.017}$

... 무리수, 실수, 분모의 유리화, $\sqrt{\ }$



대/단/원 평가 문제 　 I. 수와 식의 계산

선택형

1 다음 중에서 옳은 것은?
① $\sqrt{4}$의 값은 ±2이다.
② -4의 제곱근은 -2이다.
③ 4의 제곱근은 $\pm\sqrt{2}$이다.
④ $(-2)^2$의 제곱근은 ±2이다.
⑤ 2의 양의 제곱근은 4이다

2 다음 중에서 옳지 않은 것은?
① 무한소수는 무리수이다.
② 유리수이면서 무리수인 수는 없다.
③ 유리수와 무리수는 모두 실수이다.
④ 모든 실수는 수직선 위의 점에 대응된다.
⑤ 두 실수 사이에는 무수히 많은 실수가 있다.

3 $(3+2\sqrt{2})(1-\sqrt{2})$를 계산하면?
① $-1-\sqrt{2}$ ② $1-\sqrt{2}$ ③ $-7+5\sqrt{2}$ ④ $7-5\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

4 $a=2+\sqrt{2}$, $b=\sqrt{2}+\sqrt{3}$, $c=\sqrt{3}+1$일 때, 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?
① $a<b<c$ ② $a<c<b$ ③ $b<c<a$ ④ $c<b<a$ ⑤ $c<a<b$

5 제곱근표에서 $\sqrt{8.57}=2.927$, $\sqrt{a}=29.27$일 때, 다음 중에서 a의 값은?
① 85.7 ② 857 ③ 8570 ④ 85700 ⑤ 857000

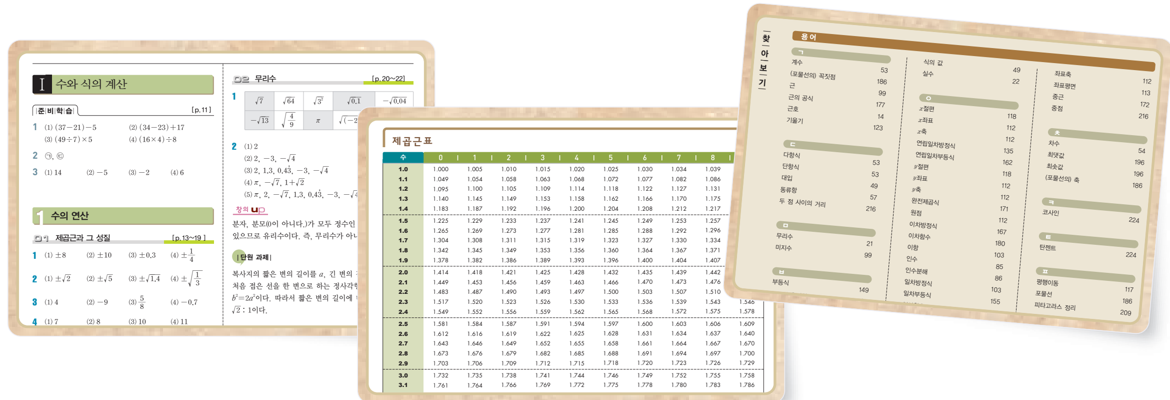
6 $a=4$, $b=-1$, $c=6$일 때, 다음 식의 값은?
$$\frac{2}{a}+\frac{3}{b}-\frac{9}{c}$$
① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

7 $a^xb^3\times(a^2b^y)^3=a^{10}b^{18}$일 때, $x+y$의 값은?
① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

8 $-3a(a+2b)+4b(a-b)$를 계산하면?
① $3a^2-10a^2b^2+4b^2$
② $-3a^2-2ab-4b^2$
③ $-3a^2+10ab-4b^2$
④ $-3a^2+10a^2b^2-4b^2$
⑤ $-3a^2-10ab-4b^2$

부 록

교과서의 문제에 대한 해답을 제공하여 스스로 해결한 문제가 옳은지 확인할 수 있도록 하였다. 또 본문의 내용을 학습할 때 요구되는 여러 가지 값을 표로 제시하였다. 아울러 본문에 등장한 여러 가지 수학 용어와 기호를 찾아보기로 제공하여 학습에 도움이 되도록 하였다.



교과서 속 아이콘 활용

중 ③ 이전에 어느 단계에서 학습한 내용인지 알 수 있다.

계산기를 활용하여 풀 수 있는 문제이다.

실생활 실생활과 관련된 문제이다.

발전 수준이 한 단계 올라간 문제이다.

보기 본문에서 배운 개념을 구체적인 예시로 보여 준 것이다.

주의 학습 내용 중 주의할 점을 언급한 것이다.

참고 학습 내용과 관련하여 참고할 사항이다.



차례

Ⅰ 수와 식의 계산



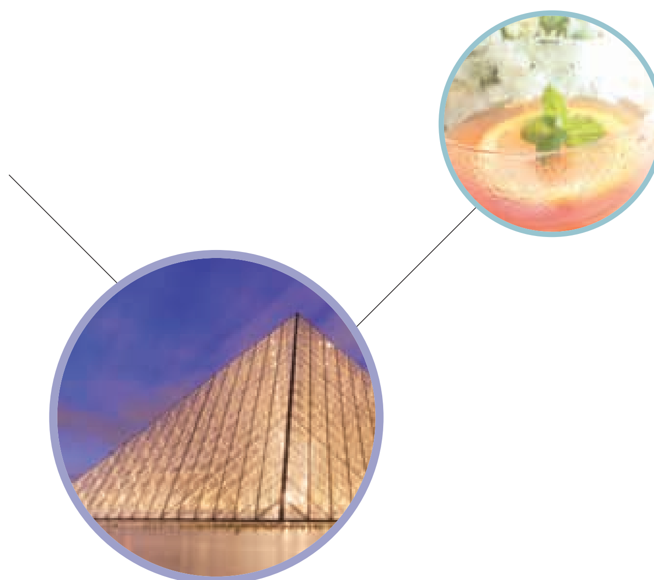


Ⅱ 방정식과 함수




III 피타고라스 정리와 삼각비

* 부록





국보 제18호인 영주 부석사 무량수전은 우리나라에 현존하는 가장 오래된
목조 건물로서 한국 전통 건축의 아름다움을 잘 나타내고 있다.

수와 식의 계산

|준|비|학|습|

초등 식 만들기

1 다음을 식으로 나타내어라.

(1) 37과 21의 차보다 5 작은 수
(2) 34보다 23 작은 수와 17의 합
(3) 49를 7로 나눈 수에 5를 곱한 수
(4) 16과 4의 곱을 8로 나눈 수

중① 정수와 유리수

2 다음 중에서 정수가 아닌 유리수를 모두 찾아라.

㉠ 0.3	㉡ 0	㉢ $\frac{5}{7}$	㉣ $-\frac{8}{4}$

중① 유리수의 계산

3 다음을 계산하여라.

(1) $(-2)\times(-7)$
(2) $15\div(-3)$
(3) $(-6)\times\frac{1}{3}$
(4) $\left(-\frac{4}{7}\right)\div\left(-\frac{2}{21}\right)$

1

수의 연산

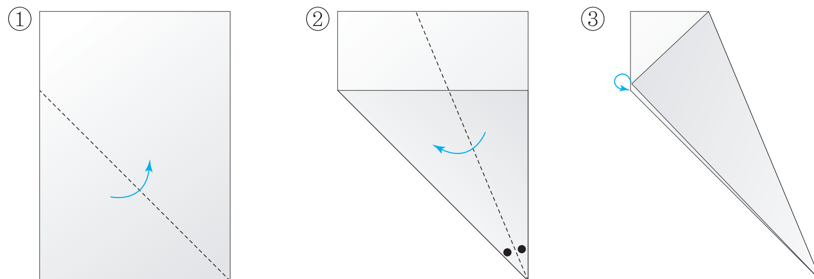
동적 대칭(Dynamic Symmetry)

동적 대칭은 제이 햄비지(Jay Hambidge ; 1867～1924)에 의하여 집대성된 영역으로 건축물, 스크린 디자인, 도자기, 회화, 가전제품, 자동차 등의 매우 다양한 디자인적 구조를 설명하는 학문이다.

낙랑시대 조왕리 69호 전곽분의 평면도에서 발견한 비인 약 1.4 : 1은 동적 기하 입장에서 볼 수 있다. 또한 평양 청암리의 건축군 유적지 중 건축물의 터전이 되는 기단의 평면도는 대각선의 길이에 대한 변의 길이의 비가 약 1.4 : 1로 되어 있다.

이와 같은 비를 가지는 것은 우리나라에서 사용하고 있는 복사지에서도 찾을 수 있는데, 아래 그림과 같이 ①, ②, ③의 순서로 접으면 처음 접은 선의 길이는 복사지의 긴 변의 길이와 같아진다. 이때 복사지의 짧은 변의 길이에 대한 긴 변의 길이의 비가 약 1.4 : 1이다.

〈출처: 김용운, 김용국, 한국 수학사, 살림 Math, 2012, pp.110～112〉



단원 과제

이 단원을 배우면서 다음 과제를 해결하여 보자. 22쪽

복사지의 짧은 변의 길이에 대한 긴 변의 길이의 비를 정확한 값으로 나타낼 수 있을까?

01

제곱근과 그 성질

● 제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.

제곱근이란 무엇인가?

생각 열기

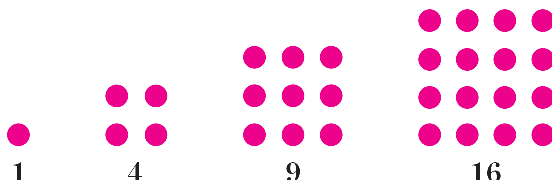
볼링핀과 도형수



물건을 삼각형 모양으로 늘어놓았을 때, 그 삼각형을 이루는 물건의 개수를 삼각수라고 한다. 예를 들어 오른쪽 그림과 같은 볼링핀의 배열은 삼각형을 이루고 있고, 이때 볼링핀의 개수인 10은 삼각수이다. 이와 같이 도형의 모양으로 물건을 배열하여 수를 생각하는 도형수에는 삼각수, 사각수, 오각수 등이 있다.

탐구 활동

다음 그림과 같이 정사각형 모양으로 스티커를 붙여 나갈 때, 사용된 스티커의 개수 1, 4, 9, 16은 사각수이다. 이와 같은 방법으로 계속해서 스티커를 붙여 나간다고 할 때, 물음에 답하여 보자.

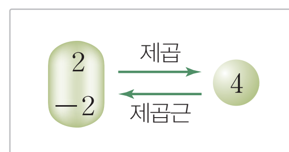


1. 36개의 스티커를 붙여서 정사각형 모양을 만들었을 때, 한 줄에 붙인 스티커의 개수를 구하여 보자.
2. 정사각형 모양으로 붙인 스티커에서 한 줄에 붙인 스티커의 개수와 전체에 붙인 스티커의 개수 사이에는 어떤 관계가 있는지 말하여 보자.

탐구 활동에서 스티커의 개수가 1, 4, 9, 16인 정사각형 모양의 한 줄에 붙인 스티커의 개수는 각각 1, 2, 3, 4이고, $1^2=1$, $2^2=4$, $3^2=9$, $4^2=16$이다.

그런데 $2^2=4$, $(-2)^2=4$이므로 제곱하여 4가 되는 수는 2와 -2이다.

이와 같이 음이 아닌 수 a에 대하여 제곱하여 a가 되는 수를 a의 **제곱근**이라고 한다. 이를테면 4의 제곱근은 2와 -2이다.



● $x^2=a$ $(a\geq0)$
⇨ x는 a의 제곱근

한편 제곱하여 0이 되는 수는 0이므로 0의 제곱근은 오직 0뿐이다. 또 양수와 음수를 제곱하면 항상 양수가 되므로 음수의 제곱근은 생각하지 않는다.

예제 01 25의 제곱근을 구하여라.

풀이 $5^2=25$, $(-5)^2=25$이므로 25의 제곱근, 즉 제곱하여 25가 되는 수는 5와 -5이다.

답 5, -5

문제 1 다음 수의 제곱근을 구하여라.

(1) 64 (2) 100 (3) 0.09 (4) $\frac{1}{16}$



$\sqrt{\ }$ 는 뿌리를 뜻하는 radix의 첫 글자 r의 모양을 따서 만든 것이고, 근호라는 말은 한자의 뿌리 근(根) 자를 사용하여 정한 것이다.

양수의 제곱근은 항상 두 개가 있으며, 그중에서 양수인 것을 양의 제곱근이라 하고 음수인 것을 음의 제곱근이라고 한다.

이때 양수 a의 제곱근은 기호 $\sqrt{\ }$ 를 사용하여

양의 제곱근을 $\sqrt{a}$

음의 제곱근을 $-\sqrt{a}$

로 나타낸다.

> 양수 a의 제곱근
> → $\sqrt{a}$, $-\sqrt{a}$

여기서 기호 $\sqrt{\ }$ 를 **근호**라고 하며, $\sqrt{a}$를 '제곱근 a' 또는 '루트 a'라고 읽는다. 또 $\sqrt{a}$와 $-\sqrt{a}$를 한꺼번에 $\pm\sqrt{a}$로 나타내기도 한다.

보기 7의 제곱근은 $\sqrt{7}$과 $-\sqrt{7}$이고, 이것을 $\pm\sqrt{7}$로 나타내기도 한다.

문제 2 다음 수의 제곱근을 근호 $\sqrt{\ }$ 를 사용하여 나타내어라.

(1) 2 (2) 5 (3) 1.4 (4) $\frac{1}{3}$

한편 근호 $\sqrt{}$ 를 사용하지 않고 제곱근을 나타낼 수도 있다.

이를테면 $3^2=9$, $(-3)^2=9$이므로 9의 제곱근은 3과 -3이다. 즉,

$$9\text{의 양의 제곱근은 } \sqrt{9}=3,\ \ \text{음의 제곱근은 } -\sqrt{9}=-3$$

이다.

예제 02 다음 수를 근호 $\sqrt{}$를 사용하지 않고 나타내어라.

(1) $\sqrt{64}$

(2) $-\sqrt{\dfrac{1}{4}}$

풀이 (1) $8^2=64$, $(-8)^2=64$이므로 64의 제곱근은 ±8이다. 그런데 $\sqrt{64}$는 64의 양의 제곱근이므로 $\sqrt{64}=8$이다.

(2) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}$, $\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}$이므로 $\dfrac{1}{4}$의 제곱근은 $\pm\dfrac{1}{2}$이다. 그런데 $-\sqrt{\dfrac{1}{4}}$은 $\dfrac{1}{4}$의 음의 제곱근이므로 $-\sqrt{\dfrac{1}{4}}=-\dfrac{1}{2}$이다.

답 (1) 8 (2) $-\dfrac{1}{2}$

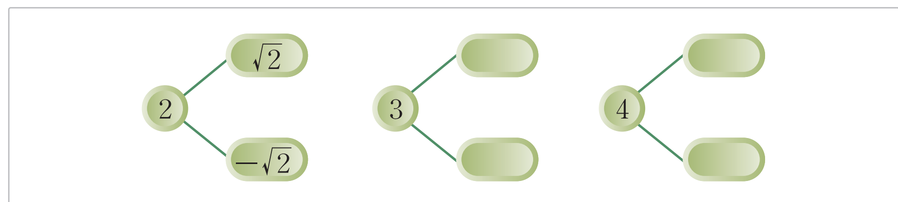
문제 3 다음 수를 근호 $\sqrt{}$ 를 사용하지 않고 나타내어라.

(1) $\sqrt{16}$ (2) $-\sqrt{81}$ (3) $\sqrt{\dfrac{25}{64}}$ (4) $-\sqrt{0.49}$

제곱근에는 어떤 성질이 있는가?

탐구 활동 **다음 물음에 답하여 보자.**

1. 빈칸에 주어진 수의 제곱근을 써넣어 보자.



2. 1에서 구한 제곱근을 각각 제곱하면 어떤 수가 되는지 말하여 보자.

$\sqrt{3}$과 $-\sqrt{3}$은 3의 제곱근이므로

$$(\sqrt{3})^2=3,\ (-\sqrt{3})^2=3$$

이다. 일반적으로 a가 양수일 때,

$\sqrt{a}$, $-\sqrt{a}$ $\xrightarrow{\text{제곱}}$ a, a $\xrightarrow{\text{제곱근}}$ $\sqrt{a}$, $-\sqrt{a}$

$$(\sqrt{a})^2=a,\ (-\sqrt{a})^2=a$$

이다.

한편 $2^2=4$, $(-2)^2=4$이므로

$$\sqrt{2^2}=\sqrt{4}=2,\ \sqrt{(-2)^2}=\sqrt{4}=2$$

이다. 일반적으로 a가 양수일 때,

$$\sqrt{a^2}=a,\ \sqrt{(-a)^2}=a$$

이다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

제곱근의 성질

$a>0$일 때,

(1) $(\sqrt{a})^2=a$, $(-\sqrt{a})^2=a$

(2) $\sqrt{a^2}=a$, $\sqrt{(-a)^2}=a$

주의 (2)에서 $\sqrt{(-a)^2}$을 $-a$로 생각하지 않도록 주의한다.

문제 4 다음 값을 구하여라.

(1) $(\sqrt{7})^2$

(2) $(-\sqrt{8})^2$

(3) $\sqrt{10^2}$

(4) $\sqrt{(-11)^2}$

발전

문제 5 다음 값을 구하여라.

(1) $-\sqrt{(-1.5)^2}$

(2) $-\sqrt{\left(\frac{6}{13}\right)^2}$

창의 up

$a<0$일 때, $\sqrt{a^2}\neq a$인 이유를 설명하여라.

예제 03 다음을 계산하여라.

(1) $(\sqrt{6})^2+\sqrt{(-3)^2}$　　(2) $(-\sqrt{2})^2-\sqrt{25}$

풀이 (1) $(\sqrt{6})^2=6$, $\sqrt{(-3)^2}=3$이므로

$$(\sqrt{6})^2+\sqrt{(-3)^2}=6+3=9$$

(2) $(-\sqrt{2})^2=2$, $\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$이므로

$$(-\sqrt{2})^2-\sqrt{25}=2-5=-3$$

답 (1) 9　(2) -3

문제 6 다음을 계산하여라.

(1) $(-\sqrt{7})^2+\sqrt{2^2}$　　(2) $(\sqrt{11})^2-(-\sqrt{5})^2$

(3) $(\sqrt{10})^2-\sqrt{36}$　　(4) $-\sqrt{64}+\sqrt{(-3)^2}$

발전 **문제 7** $a>0$일 때, $\sqrt{a^2}+\sqrt{(-3a)^2}$을 간단히 하여라.

사고력 기르기

추론
▶ 의사소통
문제 해결

'9의 제곱근'과 '제곱근 9'의 차이점을 말하여 보자.



제곱근의 대소 관계는 어떻게 알 수 있는가?



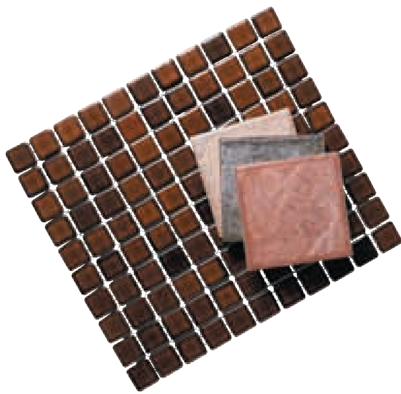
생각 열기

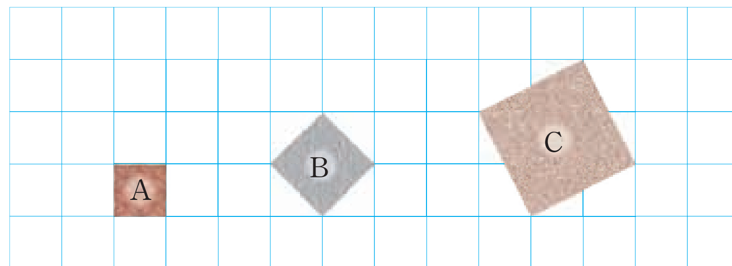
타일

건물의 바닥이나 벽면의 장식용 소재로 많이 사용되는 타일은 그 활용 범위가 넓다. 특히 포르투갈의 독특한 타일 장식인 아줄레주는 유명한 건축물과 미술관뿐만 아니라 일반 가정집 등에서도 다양하게 쓰이고 있다.

탐구 활동

다음 그림과 같이 모눈의 간격이 1인 모눈종이 위에 크기가 다른 정사각형 모양의 타일 세 개가 있다. 타일 A의 넓이가 1일 때, 물음에 답하여 보자.





1. 타일 B와 C의 넓이를 구한 후 한 변의 길이를 각각 구하여 보자.

2. 타일 B와 C의 넓이를 비교하여 보자. 또 두 타일의 한 변의 길이를 비교하여 보자.

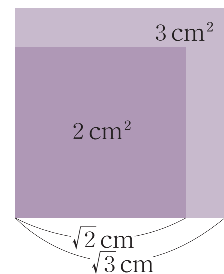
3. **1**, **2**에서 제곱근의 대소 관계는 어떻게 알 수 있는지 말하여 보자.

한 변의 길이가 x cm인 정사각형의 넓이는 x^2 cm^{2}이다.

오른쪽 그림과 같이 넓이가 2 cm^2, 3 cm^{2}인 두 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{2}$ cm, $\sqrt{3}$ cm이다. 그리고 두 정사각형에서 넓이가 큰 정사각형의 한 변의 길이가 더 길다. 즉,

$$2<3\text{이면 } \sqrt{2}<\sqrt{3}$$

이다.

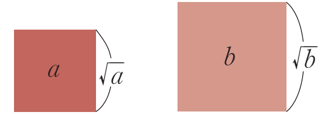


또 한 변의 길이가 긴 것이 넓이도 더 크므로

$$\sqrt{2}<\sqrt{3}\text{이면 } 2<3$$

이다.

일반적으로 넓이가 a, b인 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$이므로 정사각형의 넓이와 한 변의 길이 사이의 관계에 의하여 다음과 같은 사실을 알 수 있다.



제곱근의 대소 관계

$a>0$, $b>0$일 때,

(1) $a<b$이면 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$

(2) $\sqrt{a}<\sqrt{b}$이면 $a<b$

예제 04

다음 두 수의 대소를 비교하여라.

(1) $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$

(2) 3, $\sqrt{10}$

● 근호가 있는 수와 없는 수의 대소 비교는 근호가 없는 수를 근호가 있는 수로 고친 뒤에 한다.

풀이 (1) $5<7$이므로 $\sqrt{5}<\sqrt{7}$

(2) $3=\sqrt{9}$이고 $9<10$이므로 $\sqrt{9}<\sqrt{10}$

따라서 $3<\sqrt{10}$이다.

답 (1) $\sqrt{5}<\sqrt{7}$ (2) $3<\sqrt{10}$

문제 8 다음 두 수의 대소를 비교하여라.

(1) $\sqrt{7}$, $\sqrt{6}$

(2) $\sqrt{11}$, $\sqrt{13}$

(3) 5, $\sqrt{5}$

(4) $\sqrt{8}$, 4

발전

문제 9 다음 두 수의 대소를 비교하여라.

(1) 0.6, $\sqrt{0.7}$

(2) $\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\frac{1}{2}$

사고력 기르기

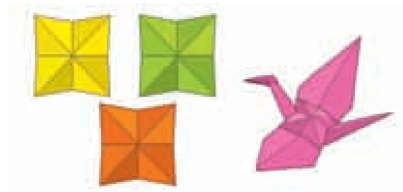
▶추론

의사소통

문제 해결

$0<a<1$일 때, a와 $\sqrt{a}$의 대소 관계를 설명하여 보자.

02 무리수



● 무리수의 개념을 이해한다.

무리수는 어떤 수인가?

생각 열기

원형 육교

번잡한 도로나 철로 위를 사람들이 안전하게 횡단할 수 있도록 공중으로 건너질러 놓은 다리를 육교라고 한다. 육교는 여러 가지 모양으로 건설되고 있는데 오른쪽 그림과 같은 원형 육교도 있다. 이와 같은 원형 육교를 설계하려면 원주율 π의 값이 필요하다.



탐구 활동

3세기경 중국의 수학자 유휘는 원주율 π의 값으로 $3\frac{7}{50}$을 사용하였고, 13세기 이탈리아의 수학자 피보나치는 π의 값으로 $\frac{864}{275}$를 사용하였다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. 두 수학자 중 누가 사용한 값이 π의 값 $3.141592653\cdots$에 더 가까운지 말하여 보자.
2. 두 수학자가 사용한 값을 소수로 나타내었을 때, 숫자의 배열이 $3.141592653\cdots$과 다른 점을 말하여 보자.

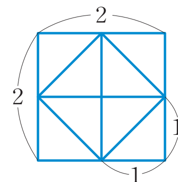
우리는 중학교에서 유한소수와 순환소수는 유리수이고, 정수가 아닌 유리수는 유한소수나 순환소수로 나타낼 수 있음을 배웠다.

이제 $\sqrt{2}$가 유리수인지 알아보자.

오른쪽 그림에서 정사각형의 넓이를 비교하면 $1<2<4$이므로

$$\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4},\ 즉\ 1<\sqrt{2}<2$$

이다. 따라서 $\sqrt{2}$는 정수가 아니다.



● $a>0$, $b>0$일 때, $a<b$이면 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$이다.

한편 정수가 아닌 유리수는 모두 기약분수로 나타낼 수 있고, 이 기약분수를 제곱하면 그 결과는 정수가 될 수 없다.

예를 들면

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{16},\ \left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{4},\ \left(\frac{2}{7}\right)^2=\frac{4}{49},\ \cdots$$

는 모두 정수가 아니다.

$\sqrt{2}$를 기약분수로 나타낼 수 있다면 $(\sqrt{2})^2$은 정수가 될 수 없다. 그러나 $(\sqrt{2})^2=2$이므로 정수가 된다. 즉, $\sqrt{2}$는 기약분수로 나타낼 수 없다.

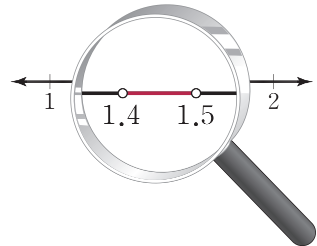
따라서 $\sqrt{2}$는 정수도 아니고 기약분수로 나타낼 수도 없으므로 유리수가 아니다.

이와 같이 유리수가 아닌 수를 **무리수**라고 한다.

이제 무리수 $\sqrt{2}$를 다음과 같이 소수로 나타내어 보자.

(1) $1<2<4$이므로

$$1<\sqrt{2}<2$$



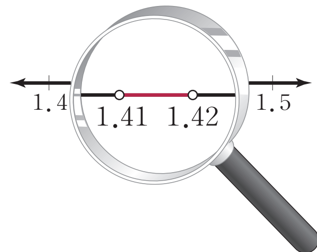
(2) $1.4^2=1.96$, $1.5^2=2.25$이므로

$$1.4^2<2<1.5^2$$

$$1.4<\sqrt{2}<1.5$$

(3) $1.41^2=1.9881$, $1.42^2=2.0164$이므로

$$1.41<\sqrt{2}<1.42$$



(4) $1.414^2=1.999396$, $1.415^2=2.002225$이므로

$$1.414<\sqrt{2}<1.415$$

같은 방법으로 계속하면 $\sqrt{2}$는 다음과 같이 순환하지 않는 무한소수로 나타난다.



$$\sqrt{2}=1.41421356237309504880\cdots$$

또 $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, π 등도 모두 무리수임이 알려져 있고, 다음과 같이 순환하지 않는 무한소수로 나타난다.

$$\sqrt{3}=1.73205080756\cdots,\ \sqrt{5}=2.23606797749\cdots,\ \pi=3.14159265358\cdots$$

한편 $\sqrt{2}+1$, $\sqrt{3}-1$ 등도 무리수이며 이들을 소수로 나타내면 다음과 같다.

$$\sqrt{2}+1=2.41421356237\cdots,\ \sqrt{3}-1=0.73205080756\cdots$$

주의 $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{\frac{1}{4}}$, $\sqrt{0.49}$ 등은 각각 2, 3, $\frac{1}{2}$, 0.7 등과 같으므로 유리수이다.

문제 1 다음 중에서 무리수가 쓰여 있는 칸을 모두 찾아 색칠하여라.

$\sqrt{7}$	$\sqrt{64}$	$\sqrt{3^2}$	$\sqrt{0.1}$	$-\sqrt{0.04}$
$-\sqrt{13}$	$\sqrt{\frac{4}{9}}$	π	$\sqrt{(-2.6)^2}$	$\sqrt{2}+3$

유리수와 무리수를 통틀어 **실수**라고 하는데, 앞으로 수라고 하면 실수를 말하는 것으로 한다.

한편 실수를 분류하면 다음과 같다.

실수의 분류

- 실수
  - 유리수
    - 정수
      - 양의 정수(자연수): $1,\ 2,\ 3,\ \cdots$
      - 0
      - 음의 정수: $-1,\ -2,\ -3,\ \cdots$
    - 정수가 아닌 유리수: $\frac{1}{2},\ -0.3,\ -\frac{3}{5},\ \cdots$
  - 무리수: $\pi,\ \sqrt{2},\ \sqrt{3},\ \sqrt{5},\ \cdots$

문제 2 보기의 수 중에서 다음에 해당하는 수를 모두 찾아 써라.

보기

$\pi,\quad 2,\quad -\sqrt{7},\quad 1.3,\quad 0.4\dot{3},\quad -3,\quad -\sqrt{4},\quad 1+\sqrt{2}$

(1) 자연수 (2) 정수 (3) 유리수

(4) 무리수 (5) 실수

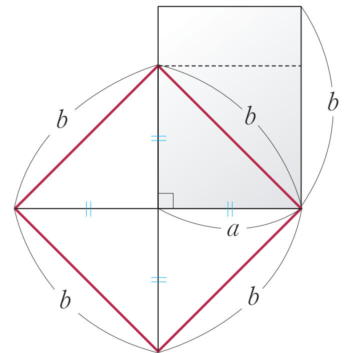
창의 up

순환소수는 무리수가 아님을 설명하여라.

단원 과제

앞의 단원 과제에 대하여 다음을 해결하여 보자.

복사지의 짧은 변의 길이를 1이라고 하면 긴 변의 길이는 $\sqrt{2}$이다. 오른쪽 그림을 이용하여 복사지의 짧은 변의 길이에 대한 긴 변의 길이의 비가 $\sqrt{2}:1$임을 설명하여라.

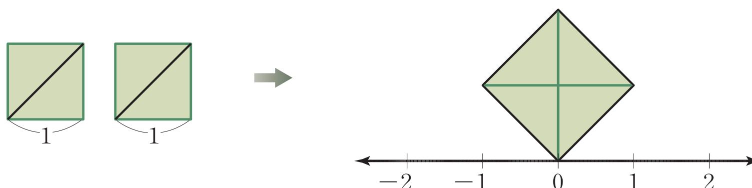


03 실수의 대소 관계

● 실수의 대소 관계를 이해한다.

무리수는 수직선 위에 어떻게 나타낼 수 있는가?

탐구 활동 **다음 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 두 정사각형으로 큰 정사각형을 만들어 수직선 위에 놓고, 물음에 답하여 보자.**



1. 처음 정사각형의 넓이를 이용하여 큰 정사각형의 넓이를 구하여 보자.

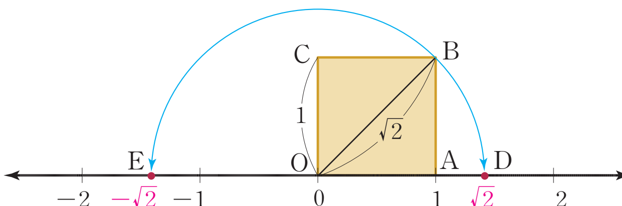
2. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여 보자.

3. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 수직선 위에 나타낼 수 있는 방법을 말하여 보자.

우리는 모든 유리수에 대응하는 점을 수직선 위에 나타낼 수 있음을 중학교에서 배웠다.

이제 무리수 $\sqrt{2}$에 대응하는 점을 수직선 위에 나타내어 보자.

다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1인 정사각형 OABC를 그리면 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$가 된다. 따라서 원점 O를 중심으로 하고 대각선 OB를 반지름으로 하는 원을 그릴 때, 수직선과 만나는 점 D, E는 각각 무리수 $\sqrt{2}$와 $-\sqrt{2}$에 대응된다.



이와 같이 수직선 위에는 유리수에 대응하는 점뿐만 아니라 무리수에 대응하는 점도 있음을 알 수 있다.

실제로 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있음이 알려져 있다.

따라서 한 실수는 수직선 위의 한 점에 대응하고, 거꾸로 수직선 위의 한 점에는 한 실수가 대응한다.

문제 1 다음 수직선 위에 무리수 $1+\sqrt{2}$와 $1-\sqrt{2}$를 나타내어라.

실수의 대소 관계는 어떻게 알 수 있는가?

탐구 활동 다음 실수를 아래의 수직선 위에 나타내고, 물음에 답하여 보자.

$\frac{1}{2}$, -3.5, $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$, $2+\sqrt{2}$



1. 수직선 위에서 1보다 오른쪽에 나타낼 수 있는 수는 어느 것인가?

2. 수직선 위에서 왼쪽에 나타낼 수 있는 수부터 차례로 말하여 보자.

유리수에서와 마찬가지로 실수를 수직선 위에 나타내었을 때, 오른쪽에 있는 수가 왼쪽에 있는 수보다 크다.

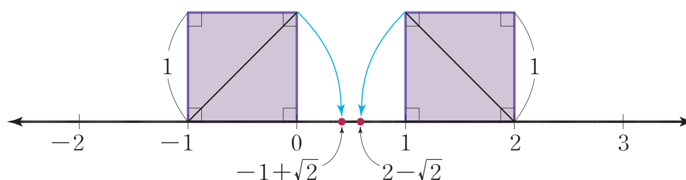
원점 O를 기준으로 오른쪽에 있는 수를 양의 실수(양수), 왼쪽에 있는 수를 음의 실수(음수)라고 한다.



예를 들어 두 실수 $-1+\sqrt{2}$와 $2-\sqrt{2}$를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같이 $-1+\sqrt{2}$보다 $2-\sqrt{2}$가 오른쪽에 있으므로

$$-1+\sqrt{2}<2-\sqrt{2}$$

이다.



이제 수직선을 이용하지 않고 실수의 대소를 비교하는 방법을 알아보자.

실수에서도 유리수에서와 같이 부등식의 성질이 성립한다.

즉, 임의의 두 실수 a, b에 대하여

$a-b>0$이면 $a-b+b>0+b$이므로 $a>b$이고,

$a-b<0$이면 $a-b+b<0+b$이므로 $a<b$이다.

따라서 두 실수 a, b의 대소 관계는 $a-b$의 값의 부호에 따라 정할 수 있다.

일반적으로 다음이 성립한다.

실수의 대소 관계

두 실수 a, b에 대하여

(1) $a-b>0$이면 $a>b$ (2) $a-b=0$이면 $a=b$ (3) $a-b<0$이면 $a<b$

예제 01 두 실수 $\sqrt{7}-2$와 1의 대소를 비교하여라.

두 실수 a, b에 대하여 $a-b<0$이면 $a<b$이다.

풀이 $(\sqrt{7}-2)-1=\sqrt{7}-3=\sqrt{7}-\sqrt{9}$

$7<9$이므로 $\sqrt{7}<\sqrt{9}$에서 $\sqrt{7}-\sqrt{9}<0$

따라서 $(\sqrt{7}-2)-1<0$이므로 $\sqrt{7}-2<1$

답 $\sqrt{7}-2<1$

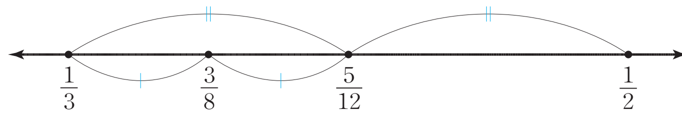
문제 2 다음 두 실수의 대소를 비교하여라.

(1) $\sqrt{3}+4,\ 5$ (2) $2,\ \sqrt{11}-1$

(3) $\sqrt{5}-2,\ 1$ (4) $4-\sqrt{2},\ 2$

수직선 위에서 두 유리수 $\frac{1}{3}$과 $\frac{1}{2}$에 대응하는 두 점을 이은 선분의 중점은 $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)\div 2=\frac{5}{12}$인 유리수에 대응하는 점이다. 이것은 각각 유리수 $\frac{1}{3}$과 $\frac{1}{2}$에 대응하는 두 점 사이에 있다. 즉, 두 유리수 $\frac{1}{3}$과 $\frac{1}{2}$ 사이에는 유리수 $\frac{5}{12}$가 있음을 알 수 있다.

마찬가지로 $\frac{1}{3}$과 $\frac{5}{12}$ 사이에는 $\left(\frac{1}{3}+\frac{5}{12}\right)\div 2=\frac{3}{8}$이 있다.



이와 같은 방법으로 두 유리수 사이에는 무수히 많은 유리수가 있음을 알 수 있다.

한편 두 무리수

$$\sqrt{2}=1.41421356237\cdots,\quad \sqrt{3}=1.73205080756\cdots$$

에 대하여

$$\sqrt{2}+0.1,\ \sqrt{2}+0.01,\ \sqrt{2}+0.001,\ \cdots$$

등은 모두 순환하지 않는 무한소수이고, 이들은 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 무리수이다.

따라서 두 무리수 사이에는 무수히 많은 무리수가 있음을 알 수 있다.

$\sqrt{2}+0.1=1.51421\cdots$
$\sqrt{2}+0.01=1.42421\cdots$
$\sqrt{2}+0.001=1.41521\cdots$

일반적으로 서로 다른 두 실수 사이에는 무수히 많은 실수가 있다.

문제 3 두 무리수 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{10}$의 값이 다음과 같을 때, 두 무리수 사이에 있는 무리수를 3개 찾아라.

$$\sqrt{5}=2.23606797\cdots,\quad \sqrt{10}=3.16227766\cdots$$

사고력 기르기

추론
의사소통
▶문제 해결

수직선을 이용하여 $-1-\sqrt{2}<n<3+\sqrt{2}$를 만족시키는 정수 n을 모두 구하여 보자.

04 제곱근의 곱셈과 나눗셈

● 근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있다.

제곱근의 곱셈은 어떻게 하는가?

생각 열기 **등산**



전 국토의 70 %가 산인 우리나라에서 등산은 건강을 지키기 위하여 손쉽게 할 수 있는 여가 활동 중 하나이다.
특히 높은 산의 정상에 오르면 매우 먼 곳까지 볼 수 있다.
맑은 날 높은 산에 올랐을 때, 눈으로 볼 수 있는 거리인 가시거리 $d(\mathrm{m})$와 산의 높이 $h(\mathrm{m})$는 $d=\sqrt{12800}\times\sqrt{h}$의 관계가 있다고 한다.

탐구 활동 **다음 물음에 답하여 보자.**

1. 높이가 $h=100(\mathrm{m})$인 산에 올랐을 때의 가시거리를 구하는 식을 세워 보자.

2. 높이가 $h=400(\mathrm{m})$인 산에 올랐을 때의 가시거리를 구하는 식을 세워 보자.

$a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a}\times\sqrt{b}$의 계산에 대하여 알아보자.

예를 들어 $\sqrt{2}\times\sqrt{3}$은 양수이고, 이를 제곱하면

$$(\sqrt{2}\times\sqrt{3})^2=(\sqrt{2}\times\sqrt{3})\times(\sqrt{2}\times\sqrt{3})$$
$$=(\sqrt{2})^2\times(\sqrt{3})^2$$
$$=2\times3$$

이므로 $\sqrt{2}\times\sqrt{3}$은 2×3의 양의 제곱근이다.

> 실수의 곱셈에서 다음과 같은 계산 법칙이 성립한다.
> • 교환법칙: $ab=ba$
> • 결합법칙: $(ab)c=a(bc)$

그런데 2×3의 양의 제곱근은 $\sqrt{2\times3}$이므로

$$\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{2\times3}$$
$$=\sqrt{6}$$

이다.

일반적으로 두 양수 a, b에 대하여 $\sqrt{a}\times\sqrt{b}$를 제곱하면 ab가 되므로 $\sqrt{a}\times\sqrt{b}$는 ab의 양의 제곱근인 $\sqrt{ab}$와 같다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

$\sqrt{a}\times\sqrt{b}$는 곱셈 기호 $\times$를 생략하여 $\sqrt{a}\sqrt{b}$와 같이 나타내기도 한다.

제곱근의 곱셈 [1]

$a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

보기 (1) $\sqrt{3}\sqrt{5}=\sqrt{3\times5}=\sqrt{15}$ (2) $\sqrt{2}\sqrt{8}=\sqrt{2\times8}=\sqrt{16}=4$

문제 1 다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{2}\sqrt{5}$ (2) $\sqrt{3}\sqrt{12}$

(3) $\sqrt{2}\sqrt{3}\sqrt{7}$ (4) $\sqrt{2}\sqrt{5}\sqrt{10}$

$\sqrt{12}=\sqrt{2^2\times3}$과 같이 근호 안의 수에 제곱인 인수가 있으면 이것을 근호 밖으로 꺼내어 근호 안을 간단한 수로 나타낼 수 있다. 즉,

$$\sqrt{12}=\sqrt{2^2\times3}=\sqrt{2^2}\sqrt{3}$$
$$=2\sqrt{3}$$

이다. 또 $3\sqrt{5}$와 같은 무리수는 근호 밖의 양수를 제곱하여 근호 안에 넣어 나타낼 수도 있다. 즉,

$$3\sqrt{5}=\sqrt{3^2}\sqrt{5}=\sqrt{3^2\times5}$$
$$=\sqrt{45}$$

이다.

$a\times\sqrt{b}$는 곱셈 기호 $\times$를 생략하여 $a\sqrt{b}$와 같이 나타내기도 한다.

$2\sqrt{3}$과 같이 근호가 없는 수를 항상 앞에 쓴다.

일반적으로 다음이 성립한다.

제곱근의 곱셈 [2]

$a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

예제 01 다음 물음에 답하여라.

(1) $\sqrt{18}$을 $a\sqrt{b}$의 꼴로 나타내어라.

(2) $4\sqrt{7}$을 $\sqrt{a}$의 꼴로 나타내어라.

풀이 (1) $a\sqrt{b}$의 꼴로 나타낼 때, 보통 근호 안의 수는 가장 작은 자연수가 되도록 한다.

$\sqrt{18}=\sqrt{3^2\times2}$

$=3\sqrt{2}$

(2) $4\sqrt{7}=\sqrt{4^2\times7}$

$=\sqrt{16\times7}$

$=\sqrt{112}$

답 (1) $3\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{112}$

문제 2 다음을 $a\sqrt{b}$ 의 꼴로 나타내어라.

(1) $\sqrt{2^2\times5}$

(2) $\sqrt{3\times7^2}$

(3) $\sqrt{24}$

(4) $\sqrt{63}$

예제 02 다음을 $\sqrt{a}$ 또는 $-\sqrt{a}$의 꼴로 나타내어라.

(1) $5\sqrt{3}$

(2) $-3\sqrt{6}$

$5\sqrt{3}=\sqrt{75}$

풀이 (1) $5\sqrt{3}=\sqrt{5^2\times3}$

$=\sqrt{25\times3}$

$=\sqrt{75}$

(2) $-3\sqrt{6}=-\sqrt{3^2\times6}$

$=-\sqrt{9\times6}$

$=-\sqrt{54}$

답 (1) $\sqrt{75}$ (2) $-\sqrt{54}$

문제 3 다음을 $\sqrt{a}$ 또는 $-\sqrt{a}$의 꼴로 나타내어라.

(1) $3\sqrt{3}$ (2) $-7\sqrt{2}$

(3) $10\sqrt{7}$ (4) $-6\sqrt{5}$

창의 up

$-3\sqrt{6}$을 $\sqrt{(-3)^2\times 6}$처럼 계산하면 안 되는 이유를 설명하여라.

제곱근의 나눗셈은 어떻게 하는가?

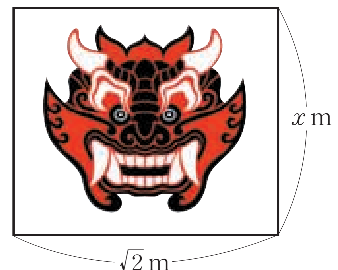


생각 열기 붉은 악마



우리나라 축구 국가 대표 팀의 응원단인 붉은 악마는 1998년 프랑스 월드컵 아시아 지역 예선을 앞두고 국가 대표 팀을 조직적으로 응원하기 위하여 창설되었다. 그 후 붉은 악마는 2002년 한일 월드컵을 통하여 전 세계에 널리 알려지게 되었다. 현재 붉은 악마는 치우천왕이 그려진 응원기를 사용하고 있다.

탐구 활동 **오른쪽 그림과 같이 폭이 $\sqrt{2}$ m인 천으로 넓이가 $\sqrt{3}$ m^{2}인 직사각형 모양의 응원기를 만들려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.**



1. 응원기의 넓이를 구하는 식을 세워 보자.

2. **1**에서 세운 식을 이용하여 응원기의 높이 x m를 구하는 식을 세워 보자.

$a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a}\div\sqrt{b}$의 계산에 대하여 알아보자.

$\sqrt{3}\div\sqrt{2}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

예를 들어 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$은 양수이고, 이를 제곱하면

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{3})^2}{(\sqrt{2})^2}=\frac{3}{2}$$

이므로 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$은 $\frac{3}{2}$의 양의 제곱근이다.

그런데 $\frac{3}{2}$의 양의 제곱근은 $\sqrt{\frac{3}{2}}$이므로

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{3}{2}}$$

이다.

$a>0$, $b>0$일 때, $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2=\frac{a}{b}$

일반적으로 두 양수 a, b에 대하여 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$를 제곱하면 $\frac{a}{b}$가 되므로 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$는 $\frac{a}{b}$의 양의 제곱근인 $\sqrt{\frac{a}{b}}$와 같다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

제곱근의 나눗셈

$a>0$, $b>0$일 때, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$

보기 (1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{3}{5}}$ (2) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{8}{2}}=\sqrt{4}=2$

문제 4 다음을 계산하여라.

(1) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$

(3) $\sqrt{3}\div\sqrt{27}$ (4) $\sqrt{45}\div\sqrt{3}$

근호를 포함한 식의 계산에서 곱셈과 나눗셈이 섞여 있을 때에는 앞에서부터 차례로 계산한다.

예제 03 다음을 계산하여라.

(1) $3\sqrt{6}\times2\sqrt{2}\div\sqrt{6}$　　(2) $\sqrt{24}\div\sqrt{2}\times\sqrt{3}$

풀이 (1) $3\sqrt{6}\times2\sqrt{2}\div\sqrt{6}=6\sqrt{12}\div\sqrt{6}=\dfrac{6\sqrt{12}}{\sqrt{6}}$

$=6\sqrt{\dfrac{12}{6}}=6\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{24}\div\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{2}}\times\sqrt{3}=\sqrt{\dfrac{24}{2}}\times\sqrt{3}$

$=\sqrt{12}\times\sqrt{3}=\sqrt{36}=6$

(2)의 계산에서
$\sqrt{12}\times\sqrt{3}$
$=(\sqrt{3}\times\sqrt{4})\times\sqrt{3}$
$=(\sqrt{3})^2\times\sqrt{4}$
$=3\times2=6$
과 같이 계산할 수도 있다.

답 (1) $6\sqrt{2}$ (2) 6

문제 5 다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{8}\times3\sqrt{6}\div12$　　(2) $\dfrac{4}{\sqrt{3}}\times\dfrac{\sqrt{15}}{2}\times\sqrt{5}$

(3) $2\sqrt{7}\div\sqrt{2}\times\sqrt{6}$　　(4) $\sqrt{27}\div6\sqrt{3}\times4\sqrt{2}$

발전 **문제 6** 다음을 계산하여라.

(1) $(-3\sqrt{7})\times\sqrt{7}\times\sqrt{12}$　　(2) $\sqrt{18}\div\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\div(-\sqrt{20})$

사고력 기르기

추론
▶ 의사소통
문제 해결

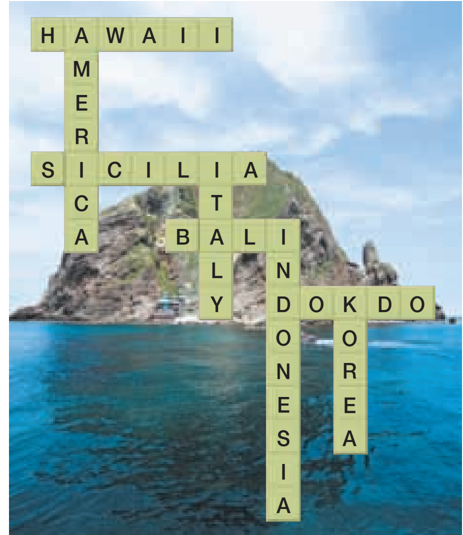
근호를 포함한 식의 계산에서 곱셈과 나눗셈이 섞여 있을 때에는 앞에서부터 차례로 계산하는 이유에 대하여 토의하여 보자.

분모의 유리화란 무엇인가?

생각 열기

광고판

2010년 3월 1일 삼일절을 맞아 미국 뉴욕 맨해튼의 한복판인 타임스 스퀘어의 대형 광고판에 낱말 퍼즐의 형식을 빌려 “하와이는 미국 땅, 시칠리아는 이탈리아 땅, 발리는 인도네시아 땅, 독도는 한국 땅”이라고 말한 뒤 ‘동해(East Sea)’가 표기된 한국과 일본 인근의 지도를 보여 주면서 ‘이것들은 매우 분명한 사실’이라고 지적하는 광고가 상영되었다. 광고는 이어 “한국의 아름다운 섬, 독도를 방문하세요.”라는 메시지로 끝을 맺는다.



탐구 활동

가로의 길이가 $\sqrt{2}$ m이고 넓이가 1 m^2인 직사각형 모양의 광고판을 만들려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. $\sqrt{2}$를 소수 넷째 자리에서 반올림하여 1.414라고 할 때, 나눗셈을 이용하여 빈칸에 알맞은 소수를 써넣어 보자.

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ = $1 \div \sqrt{2}$ = ( ), $\frac{\sqrt{2}}{2}$ = $\sqrt{2} \div 2$ = ( )

2. **1**로부터 광고판의 세로의 길이를 구하기 위하여 어떤 나눗셈의 계산이 더 편리한지 말하여 보자.

탐구 활동에서 $\frac{1}{\sqrt{2}}$의 분모, 분자에 각각 $\sqrt{2}$를 곱하면

$$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

이므로 $\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$이다.

한편 $\sqrt{2}$는 순환하지 않는 무한소수 1.41421356⋯이다. 따라서 $\sqrt{2}$를 소수 넷째 자리에서 반올림하여 1.414라 하고 $1\div\sqrt{2}$와 $\sqrt{2}\div 2$를 직접 계산해 보면, $1\div\sqrt{2}=1\div 1.414$보다 $\sqrt{2}\div 2=1.414\div 2$가 더욱 편리하다는 것을 알 수 있다.

일반적으로 분수의 분모가 근호를 포함한 무리수일 때, 이를 유리수로 바꾼 후에 계산하면 편리하다.

이와 같이 분수의 분모가 근호를 포함한 무리수일 때, 분모, 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱하여 분모를 유리수로 고치는 것을 **분모의 유리화**라고 한다.

분모의 유리화

$a>0$, $b>0$일 때, $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\dfrac{\sqrt{a}\sqrt{b}}{\sqrt{b}\sqrt{b}}=\dfrac{\sqrt{ab}}{b}$

예제 04 다음 수의 분모를 유리화하여라.

(1) $\dfrac{6}{\sqrt{3}}$　　(2) $\dfrac{5}{3\sqrt{5}}$

분모에 있는 무리수를 분모, 분자에 각각 곱하여 준다.

풀이 (1) $\dfrac{6}{\sqrt{3}}$의 분모, 분자에 $\sqrt{3}$을 곱하면

$$\frac{6}{\sqrt{3}}=\frac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$$

(2) $\dfrac{5}{3\sqrt{5}}$의 분모, 분자에 $\sqrt{5}$를 곱하면

$$\frac{5}{3\sqrt{5}}=\frac{5\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{5\sqrt{5}}{3\times5}=\frac{\sqrt{5}}{3}$$

답 (1) $2\sqrt{3}$　(2) $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

문제 7 다음 수의 분모를 유리화하여라.

(1) $\dfrac{3}{\sqrt{3}}$　　(2) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

(3) $\dfrac{\sqrt{6}}{2\sqrt{7}}$　　(4) $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

05

제곱근의 덧셈과 뺄셈

● 근호를 포함한 식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.

제곱근의 덧셈과 뺄셈은 어떻게 하는가?

생각 열기

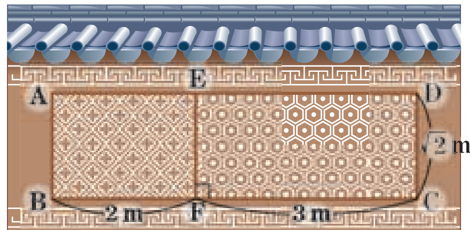
꽃담

담을 쌓을 때 기와 조각이나 돌 등으로 무늬를 넣어 만든 담을 꽃담이라고 한다. 꽃담에는 여러 가지 무늬와 상징적인 문양이 들어간다. 우리의 멋스러운 디자인 감각을 뽐낸 담이라 할 수 있다. 고궁 중에서도 경복궁에 있는 자경전 서쪽 꽃담은 화려하면서도 세련된 아름다움으로 유명하다.



탐구 활동

다음 그림은 어느 꽃담의 일부분이다. 물음에 답하여 보자.



1. 직사각형 ABFE와 직사각형 EFCD의 넓이를 각각 구하고, 두 직사각형의 넓이의 합을 식으로 나타내어 보자.
2. 변 BC의 길이를 구하고, 이것을 이용하여 직사각형 ABCD의 넓이를 구하여 보자.

탐구 활동의 그림에서 전체 직사각형의 가로의 길이는 5 m이고, 세로의 길이는 $\sqrt{2}$ m이므로 넓이는

$$5\times\sqrt{2}=5\sqrt{2}\,(\mathrm{m}^2)$$

이다. 이것은 직사각형 각각의 넓이의 합과 같으므로

$$2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}\,(\mathrm{m}^2)$$

임을 알 수 있다.

2 3 $2\sqrt{2}$ $3\sqrt{2}$ $\sqrt{2}$

$2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

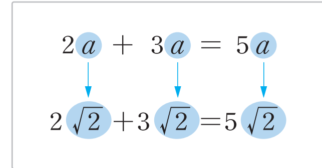
한편 $2\sqrt{2}+3\sqrt{2}$에서 $\sqrt{2}$를 문자 a로 생각하면

$$2a+3a=(2+3)a=5a$$

이므로

$$2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=(2+3)\sqrt{2}=5\sqrt{2}$$

임을 알 수 있다.



마찬가지로

$$2\sqrt{2}-3\sqrt{2}=(2-3)\sqrt{2}=-\sqrt{2}$$

임을 알 수 있다.

근호 안의 수가 같은 것을 다항식의 동류항과 같이 생각한다.

따라서 근호를 포함한 식의 덧셈과 뺄셈은 근호가 있는 수를 문자로 생각하여 다항식의 덧셈과 뺄셈에서 동류항끼리 계산하는 것과 같은 방법으로 한다.

또 근호를 포함한 식이 복잡할 경우에는 a, b가 양수일 때 $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$임을 이용하여 간단히 한다.

예제 01 다음을 계산하여라.

(1) $6\sqrt{5}-7\sqrt{5}$ (2) $\sqrt{3}+7\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

풀이 (1) $6\sqrt{5}-7\sqrt{5}=(6-7)\sqrt{5}=-\sqrt{5}$

(2) $\sqrt{3}+7\sqrt{3}-2\sqrt{3}=(1+7-2)\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

답 (1) $-\sqrt{5}$ (2) $6\sqrt{3}$

문제 1 다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{2}+3\sqrt{2}$ (2) $-5\sqrt{6}-4\sqrt{6}$

(3) $-\sqrt{3}+9\sqrt{3}-4\sqrt{3}$ (4) $-4\sqrt{7}-\sqrt{7}+3\sqrt{7}$

문제 2 다음을 계산하여라.

(1) $5\sqrt{3}-\dfrac{6}{\sqrt{3}}$ (2) $3\sqrt{7}-\dfrac{14}{\sqrt{7}}$

예제 02 다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{2}+5\sqrt{3}+7\sqrt{2}-\sqrt{3}$　　(2) $\sqrt{6}-\sqrt{20}+\sqrt{54}-\sqrt{45}$

(1) $8\sqrt{2}+4\sqrt{3}$은 근호 안의 수를 같게 할 수 없으므로 더 이상 간단히 할 수 없다.
(2) $\sqrt{20}=\sqrt{2^2\times5}=2\sqrt{5}$ 임을 이용한다.

풀이 (1) $\sqrt{2}+5\sqrt{3}+7\sqrt{2}-\sqrt{3}=\sqrt{2}+7\sqrt{2}+5\sqrt{3}-\sqrt{3}$
$=(1+7)\sqrt{2}+(5-1)\sqrt{3}=8\sqrt{2}+4\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{6}-\sqrt{20}+\sqrt{54}-\sqrt{45}=\sqrt{6}-2\sqrt{5}+3\sqrt{6}-3\sqrt{5}$
$=\sqrt{6}+3\sqrt{6}-2\sqrt{5}-3\sqrt{5}$
$=(1+3)\sqrt{6}-(2+3)\sqrt{5}=4\sqrt{6}-5\sqrt{5}$

답 (1) $8\sqrt{2}+4\sqrt{3}$　(2) $4\sqrt{6}-5\sqrt{5}$

문제 3 다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{2}-5\sqrt{7}-6\sqrt{2}-\sqrt{7}$　　(2) $\sqrt{6}+\sqrt{32}-\sqrt{24}-\sqrt{18}$

근호를 포함한 식에 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있을 때에는 곱셈과 나눗셈을 먼저 계산한다.

예제 03 $2\times\sqrt{6}-\sqrt{2}\div\sqrt{12}$를 계산하여라.

분모에 근호가 있을 때에는 분모를 유리화하여 계산하는 것이 편리한 경우도 있다.

풀이 $2\times\sqrt{6}-\sqrt{2}\div\sqrt{12}=2\sqrt{6}-\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{12}}=2\sqrt{6}-\dfrac{1}{\sqrt{6}}$
$=2\sqrt{6}-\dfrac{\sqrt{6}}{6}=\left(2-\dfrac{1}{6}\right)\sqrt{6}=\dfrac{11}{6}\sqrt{6}$

답 $\dfrac{11}{6}\sqrt{6}$

문제 4 다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{28}\div2+\sqrt{7}\times3$　　(2) $\sqrt{2}\times\sqrt{6}-\sqrt{5}\div\sqrt{15}$

근호를 포함한 식에 괄호가 있을 때에는 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀어 계산한다.

예제 04 $\sqrt{6}(\sqrt{3}+2\sqrt{2})$를 계산하여라.

$a(b+c)=ab+ac$

풀이 $\sqrt{6}(\sqrt{3}+2\sqrt{2})=\sqrt{6}\times\sqrt{3}+\sqrt{6}\times 2\sqrt{2}=\sqrt{18}+2\sqrt{12}$
$=3\sqrt{2}+2\times 2\sqrt{3}=3\sqrt{2}+4\sqrt{3}$

답 $3\sqrt{2}+4\sqrt{3}$

문제 5 다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{5}(\sqrt{3}+2\sqrt{5})$　　(2) $-2\sqrt{6}(\sqrt{2}+4\sqrt{3})$

중학교에서 배운 곱셈 공식을 이용하여 근호를 포함한 식의 혼합 계산을 할 수 있다.

예제 05 다음을 계산하여라.

(1) $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$　　(2) $(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})$

곱셈 공식
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
$(ax+b)(cx+d)$
$=acx^2+(ad+bc)x+bd$

풀이 (1) $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2=(\sqrt{2})^2+2\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2$
$=2+2\sqrt{6}+3=5+2\sqrt{6}$
(2) $(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})=3^2-(\sqrt{2})^2=9-2=7$

답 (1) $5+2\sqrt{6}$　(2) 7

문제 6 다음을 계산하여라.

(1) $(\sqrt{2}+\sqrt{7})^2$　　(2) $(\sqrt{6}-3)^2$

(3) $(\sqrt{5}-4)(\sqrt{5}+4)$　　(2) $(3\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+4)$

곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용하여 분모에 근호가 있는 분수의 분모를 유리화할 수 있다.

예제 06 $\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$의 분모를 유리화하여라.

풀이 $\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$의 분모, 분자에 $\sqrt{7}-\sqrt{5}$를 곱하면

$$\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}=\frac{2(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}=\frac{2(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{5})^2}$$
$$=\frac{2(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{2}=\sqrt{7}-\sqrt{5}$$

답 $\sqrt{7}-\sqrt{5}$

문제 7 다음 수의 분모를 유리화하여라.

(1) $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$　　(2) $\frac{2}{3+\sqrt{7}}$

(3) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}$　　(4) $\frac{\sqrt{6}+2}{\sqrt{6}-2}$

창의 up

$6-\sqrt{5}$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라고 할 때, a^2-b^2의 값을 구하는 방법을 설명하여라. (단, $0\le b<1$)

사고력 기르기

▶추론
의사소통
문제 해결

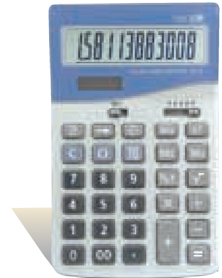
다음 그림을 보고 영훈이와 수연이는 어느 부분을 잘못 말하였는지 설명하여 보자.



무리수는 소수로 어떻게 나타내는가?

탐구 활동

다음은 계산기를 이용하여 $\sqrt{2.5}$를 소수로 나타내는 과정이다. 물음에 답하여 보자.



① [2], [.], [5]를 차례로 누른다.

② [√]를 누른다.

③ 계산기의 창에 표시된 값을 읽는다.

1. 위에서 구한 소수를 반올림하여 소수 셋째 자리까지 구하여 보자.

2. 다음 수를 **1**과 같은 방법으로 구하여 보자.

$\sqrt{6.23}$ $\sqrt{0.63}$ $\sqrt{62.3}$

무리수는 순환하지 않는 무한소수이므로 실제의 값을 소수로 나타낼 때에는 반올림한 값으로 나타낼 수 있다. 무리수를 반올림한 값은 계산기나 제곱근표를 이용하여 구할 수 있다.



Tablet No. 7289

● 위의 그림은 바빌로니아의 점토판으로 가운데 숫자가 $\sqrt{2}$를 나타낸다.

먼저 탐구 활동에서 계산기를 이용하여 $\sqrt{2.5}$를 반올림한 값으로 표현한 것을 살펴보자. $\sqrt{2.5}$를 계산기를 이용하여 구해 보면 $\sqrt{2.5}=1.58113883008\cdots$을 반올림한 값이 나타난다. 즉, 계산기가 나타내는 자리가 소수 둘째 자리라면 1.58, 소수 셋째 자리라면 1.581이 나타나는 것이다.

P.257 **제곱근표**

제곱근표는 양의 제곱근을 소수 넷째 자리에서 반올림하여 구한 것이다.

한편 이 책의 부록에 있는 제곱근표에는 1.00부터 99.9까지의 수에 대한 양의 제곱근을 반올림한 값이 나와 있다. 이 제곱근표에는 1.00부터 9.99까지 0.01 간격으로, 10.0부터 99.9까지 0.1 간격으로 되어 있다.

다음 표는 부록에 있는 제곱근표의 일부를 나타낸 것이다.

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	1.020	1.025	1.030	1.034	1.039	1.044
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	1.068	1.072	1.077	1.082	1.086	1.091
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	1.114	1.118	1.122	1.127	1.131	1.136
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	1.158	1.162	1.166	1.170	1.175	1.179
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	1.200	1.204	1.208	1.212	1.217	1.221
1.5	1.225	1.229	1.233	1.237	1.241	1.245	1.249	1.253	1.257	1.261

제곱근표에서 $\sqrt{1.25}$를 반올림한 값은 왼쪽의 수 1.2의 가로줄과 위쪽의 수 5의 세로줄이 만나는 곳의 수 1.118이다. 즉,

$$\sqrt{1.25}=1.118$$

이다.

● 제곱근표에 있는 제곱근의 값은 대부분 반올림한 값이지만 이 값을 나타낼 때에는 '$=$'를 사용한다.

문제 8 다음 수를 제곱근표를 이용하여 구하여라.

(1) $\sqrt{1.32}$　　(2) $\sqrt{4.51}$

(3) $\sqrt{27.6}$　　(4) $\sqrt{84.3}$

한편 제곱근표에는 0과 1 사이의 수와 99.9보다 큰 수의 제곱근을 반올림한 값은 나와 있지 않다. 그러나 이들의 제곱근을 반올림한 값은

$$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}\ (a>0,\ b>0)$$

와 제곱근표를 이용하여 구할 수 있다.

예제 07 다음 수를 제곱근표를 이용하여 구하여라.

(1) $\sqrt{340}$　　(2) $\sqrt{0.34}$

풀이 (1) 제곱근표에서 $\sqrt{3.4}=1.844$이므로

$$\sqrt{340}=\sqrt{3.4\times10^2}=10\sqrt{3.4}$$
$$=10\times1.844=18.44$$

(2) 제곱근표에서 $\sqrt{34}=5.831$이므로

$$\sqrt{0.34}=\sqrt{\frac{34}{100}}=\frac{\sqrt{34}}{10}$$
$$=\frac{5.831}{10}=0.5831$$

답 (1) 18.44　(2) 0.5831

문제 9 제곱근표를 이용하여 다음 수의 값을 구하고, 계산기로 확인하여라.



(1) $\sqrt{167}$　　(2) $\sqrt{2300}$

(3) $\sqrt{0.052}$　　(4) $\sqrt{0.841}$

발전

문제 10 제곱근표에서 $\sqrt{7}=2.646$, $\sqrt{70}=8.367$일 때, 다음 수의 값을 구하여라.

(1) $\sqrt{700}$　　(2) $\sqrt{7000}$

(3) $\sqrt{0.7}$　　(4) $\sqrt{0.07}$

컴퓨터의 활용

양의 제곱근을 구하여 보자.



컴퓨터 프로그램을 이용하여 양의 제곱근을 구할 수 있다.

5의 양의 제곱근을 구하여 보자.

1\ A2 셀에 숫자 '5' 를 입력한다.

2\ C2 셀에 '=INT(POWER(A2, 0.5))',
B2 셀에 '=(POWER(A2, 0.5)−C2) * 10' 을 입력한다.
'=INT(POWER(A2, 0.5))' 는 $\sqrt{5}$의 정수 부분을,
'=(POWER(A2, 0.5)−C2) * 10' 은 $\sqrt{5}$의 소수 부분에 10을 곱한 값을 나타낸다.

3\ C3 셀에 '=INT(B2)', B3 셀에 '=(B2−C3) * 10' 을 입력한다.

4\ C1 셀에 '.' 을 입력한다.

5\ D2 셀에 '=C2&TEXT(C1, 0)', D3 셀에 '=D2&TEXT(C3, 0)' 을 입력한다.

6\ B3 셀부터 D3 셀까지 선택한 후 아래로 드래그한다.

7\ 5의 양의 제곱근은 2.2360679774⋯임을 알 수 있다.

	A	B	C	D
1				
2	5	2.236068	2	2.
3		3.606798	2	2.2
4		6.067977	3	2.23
5		0.679775	6	2.236
6		6.79775	0	2.2360
7		7.9775	6	2.23606
8		9.774998	7	2.236067
9		7.749979	9	2.2360679
10		7.49979	7	2.23606797
11		4.997888	7	2.236067977
12		9.978981	4	2.2360679774
13		9.789805	9	2.23606797749
14		7.898051	9	2.236067977499
15		8.980505	7	2.2360679774997
16		9.805051	8	2.23606797749978
17		8.050513	9	2.236067977499789
18		0.505148	8	2.2360679774997898
19		5.051478	0	2.23606797749978980
20		0.514777	5	2.236067977499789805
21		5.147774	0	2.2360679774997898050
22		1.477742	5	2.23606797749978980505
23		4.777424	1	2.236067977499789805051
24		7.774238	4	2.2360679774997898050514
25		7.742381	7	2.23606797749978980505147
26		7.423814	7	2.236067977499789805051477
27		4.238139	7	2.2360679774997898050514777
28		2.381394	4	2.23606797749978980505147774
29		3.813939	2	2.236067977499789805051477742
30		8.139391	3	2.2360679774997898050514777423

정리 확인 학습

제곱근의 뜻

(1) 음이 아닌 수 a에 대하여 제곱하여 a가 되는 수를 a의 제곱근이라고 한다.
(2) 양수 a의 양의 제곱근은 $\sqrt{a}$, 음의 제곱근은 $-\sqrt{a}$로 나타낸다.

1 다음 수의 제곱근을 구하여라.

(1) 6 (2) 13 (3) 0.25 (4) $\frac{25}{81}$

제곱근의 성질

$a>0$일 때,
① $(\sqrt{a})^2=a$, $(-\sqrt{a})^2=a$ ② $\sqrt{a^2}=a$, $\sqrt{(-a)^2}=a$

2 다음을 계산하여라.

(1) $(\sqrt{3})^2+(-\sqrt{5})^2$ (2) $\sqrt{144}-\sqrt{9}$

무리수

유리수가 아닌 수를 무리수라 하고, 유리수와 무리수를 통틀어 실수라고 한다.

3 다음 중 무리수를 모두 찾아라.

$\sqrt{3}$, $\sqrt{9}$, -5, $\sqrt{5}$, $-\frac{2}{7}$

실수의 대소 관계

두 실수 a, b에 대하여
(1) $a-b>0$이면 $a>b$
(2) $a-b=0$이면 $a=b$
(3) $a-b<0$이면 $a<b$

4 다음 두 실수의 대소를 비교하여라.

(1) $2+\sqrt{6}$, 5 (2) $\sqrt{3}-2$, $\sqrt{3}-\sqrt{7}$

제곱근의 곱셈과 나눗셈

$a>0$, $b>0$일 때,
① $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ ② $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$

5 다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{3}\sqrt{11}$ (2) $\sqrt{5^2\times7}$
(3) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{24}}$ (4) $\sqrt{\frac{3}{16}}$

분모의 유리화

분수의 분모가 근호를 포함한 무리수일 때, 분모, 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱하여 분모를 유리수로 고치는 것

6 다음 수의 분모를 유리화하여라.

(1) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$ (2) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$
(3) $\frac{5}{\sqrt{6}-1}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

제곱근의 덧셈과 뺄셈

근호를 포함한 식의 덧셈과 뺄셈은 근호가 있는 수를 문자로 생각하여 다항식의 덧셈과 뺄셈에서 동류항끼리 계산하는 것과 같은 방법으로 한다.

7 다음을 계산하여라.

(1) $2\sqrt{7}+\sqrt{7}$ (2) $\sqrt{18}-\sqrt{32}+\sqrt{2}$
(3) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2$ (4) $\sqrt{2}\times5-2\div\sqrt{2}$

제곱근의 값

제곱근의 값은 계산기나 제곱근표를 이용하여 구한다.

8 다음 수를 계산기를 이용하는 방법과 제곱근표를 이용하는 방법으로 각각 구하여라.

(1) $\sqrt{1700}$ (2) $\sqrt{0.017}$

용어와 기호 제곱근, 근호, 무리수, 실수, 분모의 유리화, $\sqrt{\ }$

2 문자의 사용과 식의 계산

기호

지구상에는 약 5000개 이상의 언어가 있다. 이 언어 중에는 한국어, 세계에서 가장 많은 국가가 사용하고 있는 에스파냐어, 가장 많은 인구가 사용하고 있는 중국어, 가장 영향력이 있는 언어인 영어 등이 있다.

언어는 우리가 의사소통하는 데에 많은 도움을 주는 수단이다. 그런데 사람들은 언어를 사용하여 어떤 상황을 이해하기도 하지만 국제적으로 통용되고 있는 여러 가지 기호를 보고 이해하는 경우도 많다.

오늘날 우리는 도로 표지판 기호, 화장실 기호, 비상구 표시 기호 등 헤아릴 수 없이 많은 기호를 사용하고 있다. 이와 같은 기호의 사용은 언어에 구애 받지 않으면서 간단하고 분명하게 그 뜻을 전달할 수 있다는 장점이 있다.

수학에서도 이와 같이 주어진 식이나 문장을 문자나 기호를 사용하여 간단하게 나타낼 수 있으며, 문자나 기호를 사용하여 나타낸 식은 계산하기에 편리하다.

7 - 22h

단원 과제

이 단원을 배우면서 다음 과제를 해결하여 보자. 48쪽

문자나 기호를 사용하여 상황을 표현할 수 있을까?

01 문자의 사용

● 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 표현하고, 그 식을 간단히 나타낼 수 있다.

문자를 사용하여 식을 어떻게 나타내는가?

탐구 활동 다음 그림을 보고 물음에 답하여 보자.



1. 할머니가 호랑이에게 준 떡의 수는 몇 개인지 다음 표의 빈칸을 채워 보자.

할머니가 넘은 고개의 수(고개)	1	2	3	4	5	…
호랑이에게 준 떡의 수(개)	2×1	2×2		2×4		…

2. 할머니가 넘은 고개의 수를 □고개라고 할 때, 호랑이에게 준 떡의 수를 □를 사용하여 식으로 나타내어 보자.



● $\underbrace{2+2+\cdots+2}_{x\text{개}}=2\times x$

탐구 활동의 표에서 할머니가 호랑이에게 준 떡의 수는

$$2\times(\text{할머니가 넘은 고개의 수})\text{ 개}$$

로 구할 수 있다.

여기서 할머니가 넘은 고개의 수 대신 문자 x를 사용하면, 호랑이에게 준 떡의 수를

$$(2\times x)\text{개}$$

로 나타낼 수 있다.

즉, 이 식은 할머니가 넘은 고개의 수에 따라 호랑이에게 준 떡의 수가 어떻게 변하는지 일반적으로 나타낸 것이다.

이와 같이 문자를 사용하면 수량과 수량 사이의 관계를 식으로 간단히 나타낼 수 있다.

예제 01

다음을 문자를 사용하여 식으로 나타내어라.

(1) 승용차를 k대씩 실은 차량 운반차 5대에 실려 있는 승용차의 총 대수

(2) 200원짜리 연필 x자루와 100원짜리 지우개 한 개의 값

(3) 7장의 값이 a원인 우표 한 장의 값

풀이 (1) 차량 운반차 1대에 실려 있는 승용차의 수는 k대이므로, 차량 운반차 5대에 실려 있는 승용차의 총 대수는 $(5\times k)$대이다.

(2) 200원짜리 연필 x자루의 값은 $(200\times x)$원이고, 지우개 한 개의 값은 100원이므로 구하는 값은 $(200\times x+100)$원이다.

(3) 우표 7장의 값이 a원이므로 한 장의 값은 $(a\div 7)$원이다.

답 (1) $(5\times k)$대 (2) $(200\times x+100)$원 (3) $(a\div 7)$원

문제 1

다음을 문자를 사용하여 식으로 나타내어라.

(1) 한 시간에 70 km를 가는 자동차가 x시간 동안 간 거리

(2) 물통에 들어 있는 물 800 mL를 100 mL 들이의 컵에 가득 담아 y번 퍼내었을 때 물통에 남아 있는 물의 양

(3) 한 개의 무게가 150 g인 사과 x개와 200 g인 배 y개의 무게의 합

무게의 단위는 힘의 단위인 N(뉴턴)이지만 일상생활에서는 g(그램)이나 kg(킬로그램)을 사용하고 있다.

문자를 사용한 식을 어떻게 간단히 나타내는가?

생각 열기



차(茶) 이야기

전라남도 보성군은 “동국여지승람”, “세종실록지리지” 등에 차의 자생지로 기록되어 있을 만큼 우리나라를 대표하는 차의 본고장이며, 녹차가 자라기 좋은 기후 환경을 가진 지역이다. 해마다 5월에 열리는 차 문화 축제인 ‘다향제’에는 많은 관광객들이 방문하여 축제를 즐긴다.



탐구 활동

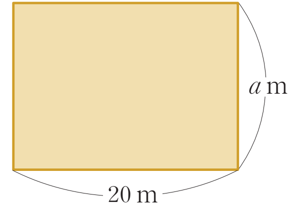
가로의 길이가 20 m인 직사각형 모양의 차 만들기 체험장에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1. 세로의 길이가 10 m일 때, 차 만들기 체험장의 넓이를 구하여 보자.
2. 세로의 길이가 a m일 때, 차 만들기 체험장의 넓이를 구하는 식을 써 보자.

1 또는 -1과 문자의 곱에서는 다음과 같이 1을 생략한다.
$1\times a=a$, $(-1)\times a=-a$

$0.1\times a$는 $0.a$로 쓰지 않고 $0.1a$로 쓴다.

가로의 길이가 20 m이고, 세로의 길이가 a m인 직사각형의 넓이는 $(20\times a)$ m^2 또는 $(a\times 20)$ m^2이다.



이때 $20\times a$와 $a\times 20$은 곱셈 기호 $\times$를 생략하여 $20a$로 간단히 나타낼 수 있다.

일반적으로 문자를 사용한 식에서 곱셈 기호를 생략하여 간단히 나타내는 방법은 다음과 같다.

$a\times 2$ → $2a$

곱셈 기호의 생략

(1) 수와 문자의 곱에서는 곱셈 기호 $\times$를 생략하고, 수를 문자 앞에 쓴다.

$$a\times 2=2a$$

(2) 문자와 문자의 곱에서는 곱셈 기호 $\times$를 생략하고, 알파벳 순서로 쓴다.

$$y\times x=xy$$

(3) 같은 문자의 곱에서는 곱셈 기호 $\times$를 생략하고, 거듭제곱의 꼴로 나타낸다.

$$a\times a\times b\times b\times a=a^3b^2$$

예제 02 다음 식을 곱셈 기호 $\times$를 생략하여 나타내어라.

(1) $a\times 2\times b$ (2) $x\times(-2)+y\times y$

풀이 (1) $a\times 2\times b=2\times a\times b=2ab$

(2) $x\times(-2)+y\times y=-2\times x+y\times y=-2x+y^2$

답 (1) $2ab$ (2) $-2x+y^2$

문제 2 다음 식을 곱셈 기호 $\times$를 생략하여 나타내어라.

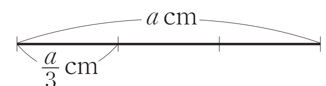
(1) $b\times 3\times a$ (2) $(a+b)\times(-2)$

(3) $2\times x\times 5+y\times y$ (4) $x\times 3\times x+y\times(-1)$

$a\div 3$ → $\dfrac{a}{3}$

한편 길이가 a cm인 끈을 삼등분한 길이는 $(a\div 3)$ cm이다.

여기서 식 $a\div 3$은 나눗셈 기호 $\div$를 생략하여 $\dfrac{a}{3}$로 간단히 나타낼 수 있다.



또 $a\div 3=a\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{3}a$이므로 $a\div 3$은 $\dfrac{1}{3}a$로도 나타낼 수 있다.

일반적으로 문자를 사용한 식에서 나눗셈 기호를 생략하여 간단히 나타내는 방법은 다음과 같다.

나눗셈 기호의 생략

나눗셈에서는 나눗셈 기호 ÷를 생략하고, 분수의 꼴로 나타낸다.

$$a \div b = \frac{a}{b} \ (\text{단, } b \neq 0)$$

예제 03 다음 식을 나눗셈 기호 ÷를 생략하여 나타내어라.

(1) $3 \div x$ (2) $(a+b) \div 5$

풀이 (1) $3 \div x = 3 \times \frac{1}{x} = \frac{3}{x}$

(2) $(a+b) \div 5 = (a+b) \times \frac{1}{5} = \frac{a+b}{5}$

답 (1) $\frac{3}{x}$ (2) $\frac{a+b}{5}$

문제 3 다음 식을 나눗셈 기호 ÷를 생략하여 나타내어라.

(1) $x \div 7$ (2) $(x+1) \div y$

(3) $(-8) \div (a+b)$ (4) $a \div 4 - b \div 6$

문제 4 다음 식을 기호 ×, ÷를 생략하여 나타내어라.

(1) $x \times 1 + a \div y$ (2) $x \div 2 \times x - 3 \times y$

(3) $a \times b \div (a+1)$ (4) $(a+b) \times 3 + a \div 2 \times b$

단원 과제



앞의 단원 과제에 대하여 다음을 해결하여 보자.

문자나 기호를 사용하면 복잡하고 어렵게 표현된 내용을 간단히 줄여서 나타낼 수 있다. 다음 문장을 식으로 나타내어라.

> 어떤 사람이 도시 A에서 일을 시작하여 가진 돈을 2배로 만든 후 그곳에서 120만 원을 쓴 다음 도시 B로 갔다. 그는 그곳에서 자신의 돈을 다시 2배로 만들고 120만 원을 썼다. 그리고 도시 C로 가서 다시 자신의 돈을 2배로 만들고 120만 원을 썼더니 하나도 남지 않았다.

02 식의 값

● 식의 값을 구할 수 있다.

식의 값을 어떻게 구하는가?

생각 열기 **내 키는 얼마나 클까?**

어린아이의 성장 정도에 비추어 어른이 되었을 때의 키를 예측하는 다양한 방법이 있다. 이 중 MPH(중간부모키, Mid-Parental Height)는 부모의 키를 바탕으로 최종 키를 예상하는 가장 간단한 방법이다. 구하는 방식은 부모의 키를 합한 값을 2로 나눈 다음 남자이면 6.5를 더하고 여자이면 6.5를 뺀다.



탐구 활동 **아버지의 키를 x cm, 어머니의 키를 y cm라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.**

1. MPH를 이용하여 자기 자신의 예상되는 키를 구하는 식을 써 보자.

2. 여자 중학생인 지현이는 아버지의 키가 175 cm이고 어머니의 키가 165 cm이다. 이때 지현이의 최종 키를 예상하여 보자.

탐구 활동 2에서 식 $\frac{x+y}{2}-6.5$의 문자 x에 175, y에 165를 넣어 계산하면

$$\frac{175+165}{2}-6.5=163.5(\text{cm})$$

가 된다.

이와 같이 문자를 포함한 식에서 문자 대신에 수를 넣는 것을 **대입**한다고 하며, 문자에 수를 대입하여 얻은 값을 **식의 값**이라고 한다.

● 음수를 대입할 때에는 괄호를 사용한다.

보기 식 $2x+6$의 문자 x에 -1을 대입하면 $2x+6=2\times(-1)+6=4$
따라서 $x=-1$일 때, 식 $2x+6$의 값은 4이다.

문제 1 다음을 구하여라.

(1) $x=2$일 때, 식 $3x+5$의 값

(2) $x=-2$일 때, 식 $3-x^2$의 값

발전 **문제 2** 공기 중에서 소리의 속력은 기온이 x ℃일 때 $(331+0.6x)$ m/s라고 한다. 기온이 15 ℃일 때, 번개가 치고 5초 후에 천둥소리를 들었다면 번개가 친 곳까지의 거리는 몇 m인지 구하여라.



예제 01

$x=-2$, $y=5$일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $2x-y$ (2) $\dfrac{x-1}{y}$

풀이 (1) $2x-y=2\times(-2)-5=-9$

(2) $\dfrac{x-1}{y}=\dfrac{-2-1}{5}=-\dfrac{3}{5}$

답 (1) -9 (2) $-\dfrac{3}{5}$

문제 3 $a=3$, $b=-2$일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $-5a+b$ (2) $2a-3b$

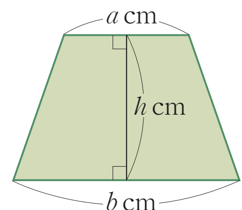
(3) $\dfrac{6}{a}+\dfrac{b}{4}-3$ (4) $\dfrac{a^2+b^2}{b}$

창의 up

윗변의 길이가 a cm, 아랫변의 길이가 b cm, 높이가 h cm인 사다리꼴의 넓이를 S cm^{2}라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) S를 a, b, h를 사용하여 식으로 나타내어라.

(2) $a=3$, $b=5$, $h=4$일 때, S의 값을 구하여라.



문자의 사용

문자를 사용하면 수량과 수량 사이의 관계를 간단히 식으로 나타낼 수 있다.

1 다음을 문자를 사용하여 식으로 나타내어라.

(1) 한 권에 800원 하는 공책 x권의 값

(2) 한 시간에 60 km를 가는 자동차가 x km를 갔을 때 걸린 시간

(3) 가로의 길이가 a cm, 세로의 길이가 b cm인 직사각형의 둘레의 길이

(4) 500원짜리 동전 a개와 100원짜리 동전 b개, 10원짜리 동전 c개를 모두 합한 금액

식을 간단히 나타내는 방법

(1) 수와 문자의 곱에서는 곱셈 기호 ×를 생략하고, 수를 문자 앞에 쓴다.

(2) 문자와 문자의 곱에서는 곱셈 기호 ×를 생략하고, 알파벳 순서로 쓴다.

(3) 같은 문자의 곱에서는 곱셈 기호 ×를 생략하고, 거듭제곱의 꼴로 나타낸다.

(4) 나눗셈에서는 나눗셈 기호 ÷를 생략하고, 분수의 꼴로 나타낸다.

2 다음 식을 기호 ×, ÷를 생략하여 나타내어라.

(1) $(-3)\times x\times y\times 2$

(2) $z\div 5+x\times 3\times y$

(3) $y\times x\times y\times(-2)\div z$

(4) $(-5)\times x-(y+z)\times 4$

식의 값

(1) 대입: 문자를 포함한 식에서 문자 대신에 수를 넣는 것

(2) 식의 값: 문자에 수를 대입하여 얻은 값

3 다음을 구하여라.

(1) $x=2$, $y=-3$일 때, 식 $xy+y^2$의 값

(2) $x=1$, $y=-2$일 때, 식 $\frac{y^2}{x}-2xy$의 값

용어와 기호 대입, 식의 값

3

다항식의 계산

태양과 지구의 크기 비교

태양계는 태양과 태양의 중력에 의해 그 주변을 돌고 있는 지구를 비롯한 행성, 왜소 행성, 혜성, 유성체 등의 천체로 이루어진 계(系)이다.

태양계에는 항성인 태양이 존재하고 그 가까이로부터 수성, 금성, 지구, 화성과 같은 지구형 행성이 순서대로 나열되어 태양 주위를 돌고 있으며 화성의 바깥쪽에 소행성대(asteroid belt)가 존재한다. 이후 목성, 토성, 천왕성, 해왕성으로 구성된 목성형 행성이 나열되어 태양계에는 총 8개의 행성이 존재한다. 그 바깥에는 얼음덩어리들과 미행성들로 구성된 카이퍼 띠(Kuiper belt), 원반 대역(scattered disk)이 있으며, 가장 바깥쪽에는 오르트 구름(Oort cloud)이 있다. 유성체, 혜성과 성간 물질 등은 SSSB(small solar system bodies)로 분류된다.

태양계 행성은 다음과 같은 평균 궤도 반지름을 갖고 있다.

(단위: km)

행성	수성	금성	지구	화성	소행성(세레스)	목성	토성	천왕성	해왕성
평균궤도 반지름($\times 10^8$)	0.58	1.08	1.50	2.28	4.14	7.78	14.3	28.7	45

단원 과제

이 단원을 배우면서 다음 과제를 해결하여 보자. 70쪽

태양은 지구보다 얼마만큼 더 클까?

01 다항식의 덧셈과 뺄셈

● 다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.

다항식이란 무엇인가?

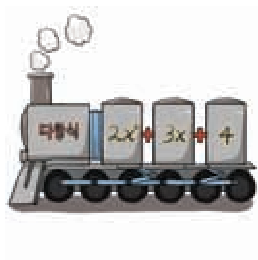
탐구 활동

대수 타일은 타일의 길이와 넓이를 이용하여 식의 계산 과정을 알아보는 도구이다. 대수 타일에서 정사각형 은 1, 은 −1, 직사각형 은 x, 은 $-x$를 나타낸다. 예를 들어 식 $x-1$은 대수 타일을 이용하여 나타내면 이다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. 다음을 식으로 나타내어 보자.



2. 식 $-2x+3$을 대수 타일을 이용하여 나타내어 보자.



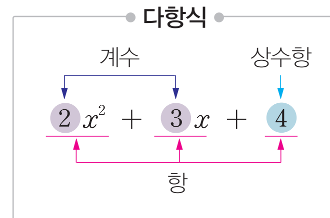
식 $2x+1$은 $2x$와 1의 합으로 이루어져 있다.

이때 $2x$, 1과 같이 수나 문자의 곱으로 이루어진 부분을 각각 $2x+1$의 **항**이라 하고, $2x+1$과 같이 하나 이상의 항의 합으로 이루어진 식을 **다항식**이라고 한다.

예를 들어 $2x^2+3x+4$는 세 개의 항

$$2x^2,\ 3x,\ 4$$

의 합으로 이루어진 다항식이다.



이때 4와 같이 수만으로 이루어진 항을 **상수항**이라 하고, $3x$와 같이 수와 문자의 곱으로 이루어진 항에서 문자에 곱해진 수 3을 x의 **계수**라고 한다.

한편 다항식 중에서 하나의 항으로만 이루어진 식을 **단항식**이라고 한다. 이를테면 x^2, $3a$, $-2x$는 모두 단항식이다.

● 항을 찾을 때에는 식을 합의 꼴로 나타낸다.
예 $x-7=x+(-7)$이므로 항은 x, -7이다.

보기 다항식 $2a+b-3$에서 항은 $2a$, b, -3이고, 상수항은 -3이다.
또 a의 계수는 2이고, b의 계수는 1이다.

문제 1 다음 다항식에서 항, 각 문자에 대한 계수, 상수항을 각각 말하여라.

(1) $-5x+3y$ (2) $2a+\frac{1}{3}b-c$

(3) $-\frac{p}{2}+q+7$ (4) $3-y+\frac{3z}{4}$

$3a$는 $3\times a$이므로 문자 a가 한 개 곱해진 항이고 $3a^2$은 $3\times a\times a$이므로 문자 a가 두 개 곱해진 항이다. 이와 같이 어떤 항에 포함되어 있는 문자의 곱해진 개수를 그 문자에 대한 항의 **차수**라고 한다.

다항식에서 차수가 가장 큰 항의 차수를 그 다항식의 차수라고 하며, 특히 차수가 1인 다항식을 일차식이라고 한다.

예제 01 다음 다항식에서 문자가 포함되어 있는 항의 차수를 말하고, 일차식을 찾아라.

(1) $3x-5$ (2) $4x^2-x+1$

풀이 (1) 문자가 포함되어 있는 항은 $3x$이고, 이 항의 차수는 1이다.
또 차수가 가장 큰 항의 차수가 1이므로 이 다항식은 일차식이다.
(2) 문자가 포함되어 있는 항은 $4x^2$, $-x$이고, 이 항의 차수는 각각 2, 1이다. 또 차수가 가장 큰 항의 차수가 2이므로 이 다항식은 일차식이 아니다.

답 (1) $3x$의 차수: 1, 일차식이다.
(2) $4x^2$의 차수: 2, $-x$의 차수: 1, 일차식이 아니다.

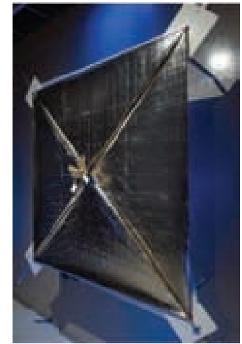
문제 2 다음 중에서 일차식을 모두 찾아라.

㉠ $5a+3$	㉡ $\frac{x}{2}-6$	㉢ $1+0.8b$	㉣ $-\frac{1}{2}y^2+y$

일차식과 수의 곱셈, 나눗셈을 어떻게 하는가?

생각 열기

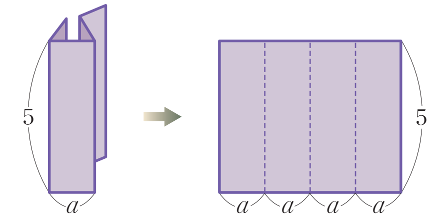
종이접기와 인공위성



종이는 쉽게 휘고 구겨지는 특성이 있어, 일정한 규칙에 따라 접어 다양한 조형물을 만들 수 있다. 미국항공우주국(NASA)이 2010년 발사한 초소형 인공위성 '나노세일-D'는 가로 30 cm, 세로 10 cm, 높이 10 cm에 불과하지만 그 안에 가로, 세로의 길이가 각각 10 m나 되는 거대한 돛이 종이접기 기술로 접혀 있다. 이 돛은 두께가 약 0.0075 mm로 방패연처럼 펼쳐져 태양 빛을 받아 인공위성을 움직이게 한다.

탐구 활동

세로의 길이가 5인 직사각형 모양의 종이를 오른쪽 그림과 같이 일정한 폭으로 접었다가 다시 펴보고, 다음 물음에 답하여 보자.



1. 종이를 접었을 때, 접힌 종이의 한 면의 넓이를 식으로 나타내어 보자.

2. 종이를 폈을 때, **1**에서 얻은 식을 이용하여 종이 전체의 넓이를 식으로 나타내어 보자.

가로의 길이가 a, 세로의 길이가 5인 직사각형 4개의 넓이는 $5a\times4$이고, 이 식은 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$5a\times4=(5\times a)\times4=5\times a\times4$$
$$=5\times4\times a=20\times a=20a$$

이와 같이 단항식과 수를 곱할 때에는 수끼리 곱하여 문자 앞에 쓴다.

보기

(1) $5x\times(-6)=5\times x\times(-6)=5\times(-6)\times x=-30x$

(2) $6\times\left(-\frac{1}{3}a\right)=6\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times a=-2a$

문제 3 다음을 계산하여라.

(1) $3x\times(-2)$

(2) $\left(-\frac{2}{5}\right)\times(-3x)$

일차식과 수의 곱셈은 다음과 같이 분배법칙을 이용하여 그 수를 일차식의 각 항에 곱하여 계산한다.

분배법칙

$a(b+c)=ab+ac$

$(a+b)c=ac+bc$

수의 계산에서와 마찬가지로 문자가 들어 있는 식의 계산에서도 분배법칙이 성립한다.

$$7(2x+3)=7\times 2x+7\times 3$$
$$=14x+21$$

보기 (1) $3(a+2)=3\times a+3\times 2=3a+6$

(2) $(2x-4)\times\frac{1}{2}=2x\times\frac{1}{2}-4\times\frac{1}{2}=x-2$

문제 4 다음을 계산하여라.

(1) $2(8x-3)$　　(2) $-12\left(-\frac{1}{3}x+\frac{1}{6}\right)$

단항식을 수로 나눌 때에는 다음과 같이 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

$$20a\div 4=20a\times\frac{1}{4}=20\times\frac{1}{4}\times a$$
$$=5\times a=5a$$

보기 $12a\div(-3)=12a\times\left(-\frac{1}{3}\right)=12\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times a=-4a$

문제 5 다음을 계산하여라.

(1) $8x\div(-7)$　　(2) $6x\div\left(-\frac{3}{2}\right)$

일차식을 수로 나눌 때에는 다음과 같이 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

$$(3x-12)\div 3=(3x-12)\times\frac{1}{3}$$
$$=3x\times\frac{1}{3}+(-12)\times\frac{1}{3}$$
$$=x-4$$

보기 $(8x+6)\div(-2)=(8x+6)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=8x\times\left(-\frac{1}{2}\right)+6\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-4x-3$

문제 6 다음을 계산하여라.

(1) $(9y-3)\div3$ (2) $(5y-7)\div(-1)$

동류항이란 무엇인가?

생각 열기

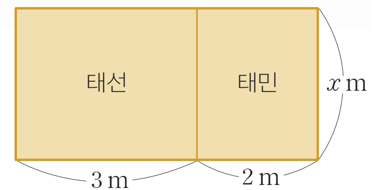
유채

유채는 노란 꽃을 피우는 두해살이풀로 우리 나라에서는 제주도를 비롯한 남부 지방에 주로 분포한다. 꽃이 피는 3～4월에는 다양한 축제가 열려 많은 사람들이 찾는다.



탐구 활동

태선이와 태민이는 오른쪽 그림과 같은 직사각형 모양의 유채 꽃밭을 각각 가꾸고 있다. 다음 물음에 답하여 보자.



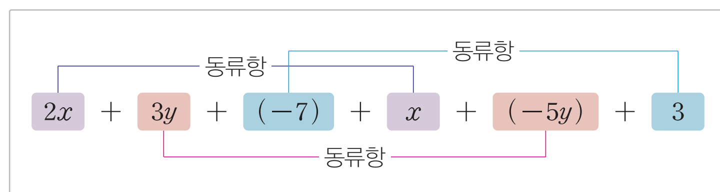
1. 태선이와 태민이가 가꾸고 있는 유채 꽃밭의 넓이를 각각 식으로 나타내어 보자.
2. 1에서 구한 식을 이용하여 유채 꽃밭의 전체 넓이를 식으로 나타내어 보자.
3. 가로의 길이가 $3+2=5$(m)임을 이용하여 전체 꽃밭의 넓이를 구하여 보자.

탐구 활동 1에서 태선이와 태민이가 가꾸고 있는 꽃밭의 넓이는 각각 $3x$ m^2, $2x$ m^{2}이므로 꽃밭 전체의 넓이는 $(3x+2x)$ m^{2}이다.

여기서 $3x$, $2x$와 같이 문자와 차수가 서로 같은 항들을 그 문자에 대한 **동류항**이라고 한다.

● 상수항끼리는 모두 동류항이다.

보기 $2x+3y-7+x-5y+3$에서 문자 x에 대한 동류항은 $2x$, x, 문자 y에 대한 동류항은 $3y$, $-5y$, 상수항인 동류항은 -7, 3이다.



문제 7 다음 식에서 동류항을 말하여라.

(1) $3x+6-x$

(2) $5y+8+2y-3$

(3) $2a+\frac{a}{3}-2$

(4) $4a-3b-a+2b$

분배법칙

$3x+2x=(3+2)x$

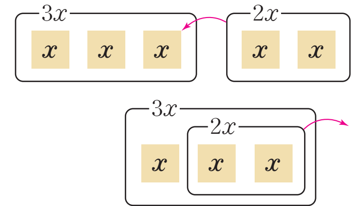
$3x-2x=(3-2)x$

다항식 $3x+2x$를 간단히 하면 다음과 같다.

$$3x+2x=(3+2)x=5x$$

마찬가지로 $3x-2x$를 간단히 하면 다음과 같다.

$$3x-2x=(3-2)x=x$$



이와 같이 동류항끼리의 덧셈 또는 뺄셈은 분배법칙을 이용하여 각 항의 계수의 합 또는 차에 그 동류항의 문자를 곱하면 된다.

예제 02 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $-2a+3a$

(2) $3x-2-5x+4$

풀이 (1) $-2a+3a=(-2+3)a=a$

(2) $3x-2-5x+4=3x-5x-2+4$

$=(3-5)x+(-2+4)$

$=-2x+2$

답 (1) a (2) $-2x+2$

문제 8 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $6y-5-8y$

(2) $\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}x$

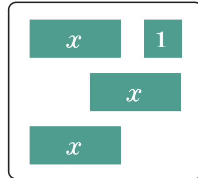
(3) $7a-3+2a-4$

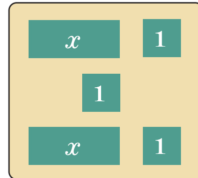
(4) $-2b+7+5b-6$

일차식의 덧셈과 뺄셈을 어떻게 하는가?

탐구 활동

두 개의 상자에 각각 다음과 같은 대수 타일이 들어 있다. 물음에 답하여 보자.







1. 흰색 상자 속에 들어 있는 대수 타일을 x를 사용한 식으로 나타내어 보자.
2. 노란색 상자 속에 들어 있는 대수 타일을 x를 사용한 식으로 나타내어 보자.
3. 두 상자 속의 대수 타일을 모두 꺼내어 모았을 때, 대수 타일을 x를 사용한 식으로 나타내어 보자.

탐구 활동에서 흰색 상자와 노란색 상자 속에 들어 있는 대수 타일을 x를 사용한 식으로 나타내면 각각 $3x+1$, $2x+3$이다.

한편 두 상자 속의 대수 타일을 모두 꺼내어 모으면 다음과 같이 나타낼 수 있다.



x x x 1 + x x 1 1 1

$3x$ $\quad$ 1 $\quad$ $2x$ $\quad$ 3

→ x x x x x + 1 1 1 1

$3x+2x$ $\quad$ $1+3$

→ x x x x x 1 1 1 1

$5x+4$

이를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}(3x+1)+(2x+3)&=3x+1+2x+3\\&=3x+2x+1+3\\&=(3+2)x+(1+3)\\&=5x+4\end{aligned}$$

$$\begin{array}{rr} & 3x+1 \\ +) & \underline{2x+3} \\ & 5x+4 \end{array}$$

이와 같이 두 일차식의 덧셈은 먼저 괄호를 풀고, 동류항끼리 모아서 간단히 한다.

문제 9 다음을 계산하여라.

(1) $(2x+5)+(x-3)$
(2) $(3x-4)+(1-x)$
(3) $(3a-2)+(5a+2)$
(4) $(-9a+3)+(9a-5)$

두 일차식의 뺄셈은 수의 뺄셈에서와 마찬가지로 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

예제 03 $(3x-4)-(2x+3)$을 계산하여라.

풀이 $(3x-4)-(2x+3)$

$$\begin{aligned}&=3x-4+(-2x-3)\\&=3x-4-2x-3\\&=3x-2x-4-3\\&=(3-2)x+(-4-3)\\&=x-7\end{aligned}$$

$$\begin{array}{rr} & 3x-4 \\ -) & \underline{2x+3} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{rr} & 3x-4 \\ +) & \underline{-2x-3} \\ & x-7 \end{array}$$

답 $x-7$

문제 10 다음을 계산하여라.

(1) $(4x+6)-(2x+1)$
(2) $(x+2)-(4x-3)$
(3) $(a-2)-(5a+7)$
(4) $(2a-4)-(3-6a)$

예제 04 $2(x+4)+3(2x-5)$를 계산하여라.

풀이 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼 다음 동류항끼리 모아서 간단히 하면

$$\begin{aligned}2(x+4)+3(2x-5)&=2x+8+6x-15\\&=2x+6x+8-15\\&=(2+6)x+(8-15)\\&=8x-7\end{aligned}$$

답 $8x-7$

문제 11 다음을 계산하여라.

(1) $3(2a-5)+(a-4)$

(2) $4(-y-5)-(-3y+6)$

(3) $\frac{1}{3}(6b+9)+\frac{1}{2}(-8b-2)$

(4) $\frac{3x+1}{2}-\frac{x-4}{3}$

발전

문제 12 다음은 현수와 누나가 과수원에서 나눈 대화이다. 현수가 딴 사과의 개수를 x개라고 할 때, 물음에 답하여라.

> 현수: 누나가 나보다 사과 6개를 더 땄네.
> 누나: 그래? 그런데 어머니는 네가 딴 것의 5배를 따셨고, 아버지는 나와 어머니가 딴 것을 합한 개수보다 3개 적게 따셨어.

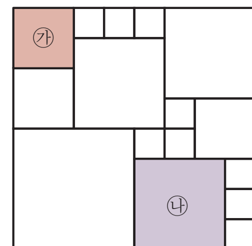
(1) 누나, 어머니, 아버지가 딴 사과의 개수를 x를 사용하여 식으로 나타내어라.

(2) 현수가 3개의 사과를 땄을 때, 현수네 가족 4명이 딴 사과의 개수의 합을 구하여라.

사고력 기르기

▶추론
의사소통
문제 해결

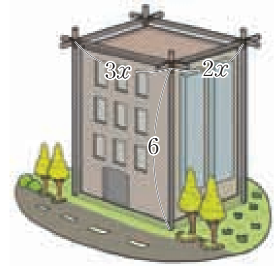
오른쪽 그림은 크기가 다른 네 종류의 정사각형들을 이어 붙여서 새로운 정사각형을 만든 것이다. 정사각형 ㉮의 한 변의 길이가 a일 때, 정사각형 ㉯의 한 변의 길이를 a를 사용한 식으로 나타내어 보자.



이차식의 덧셈과 뺄셈은 어떻게 하는가?

탐구 활동

오른쪽 그림과 같이 리모델링 공사 중에 발생하는 먼지를 차단하기 위해 건물의 옥상과 옆면을 직육면체 모양의 천막으로 덮었다. 다음 물음에 답하여 보자.



1. 사용한 천막의 넓이를 구하여라.

2. **1**의 넓이를 나타낸 식에서 차수가 가장 큰 항을 말하여라.

탐구 활동에서 사용한 천막의 넓이를 구하면

$$6x^2+60x$$

이다.

문자 x에 관한 다항식 $6x^2+60x$는 두 개의 항 $6x^2$, $60x$로 이루어져 있다. 이 중에서 차수가 가장 큰 항인 $6x^2$의 차수가 2이므로 다항식 $6x^2+60x$는 이차식이다.

> 각 항의 차수 중 최고 차수가 2인 다항식을 이차식이라고 한다.

이차식의 덧셈과 뺄셈도 일차식의 덧셈과 뺄셈에서와 같이 괄호를 풀고, 동류항끼리 모아서 계산한다.

참고 이차식에서도 동류항은 문자와 차수가 같은 항을 말한다. 예를 들어 이차식 $x^2+2x-1+2x^2+3x+2$에서 동류항은 각각 x^2과 $2x^2$, $2x$와 $3x$, -1과 2이다.

예제 05

다음을 계산하여라.

(1) $(3x^2+x-2)+(2x^2-5x+6)$　　(2) $(3x^2+x-2)-(2x^2-5x+6)$

풀이 (1) $(3x^2+x-2)+(2x^2-5x+6)$

$=3x^2+x-2+2x^2-5x+6$

$=3x^2+2x^2+x-5x-2+6$

$=5x^2-4x+4$

(2) $(3x^2+x-2)-(2x^2-5x+6)$

$=3x^2+x-2-2x^2+5x-6$

$=3x^2-2x^2+x+5x-2-6$

$=x^2+6x-8$

> 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

$$\begin{array}{r} 3x^2+\ \ x-2 \\ +)\ 2x^2-5x+6 \\ \hline 5x^2-4x+4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x^2+\ \ x-2 \\ -)\ 2x^2-5x+6 \\ \hline x^2+6x-8 \end{array}$$

답 (1) $5x^2-4x+4$　(2) x^2+6x-8

문제 13

다음을 계산하여라.

(1) $(x^2+3x-5)+(3x^2-x+2)$　　(2) $(3x^2+6x+4)-(2x^2+3x+1)$

(3) $2(3x^2+x-6)-5(x^2-x-2)$　　(4) $x^2-\{4x-3(x^2-x+5)+6\}$

02 지수법칙

● 지수법칙을 이해한다.

$a^m \times a^n$은 어떻게 계산하는가?

생각 열기

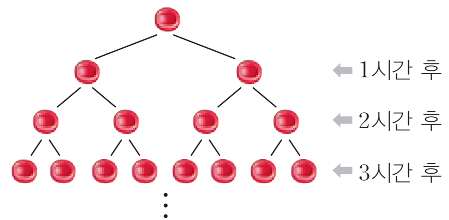
바이러스

동물, 식물 등 살아 있는 세포에 기생하는 작은 감염성 물질을 바이러스라고 한다. 바이러스는 스스로를 복제하는 특징이 있어 감기, 독감, 홍역 등 전염성 질병의 원인이 되기도 한다.



탐구 활동

1시간이 지나면 2개로 분열하는 바이러스가 있다. 다시 1시간이 지나면 각각 2개로 분열하여 4개의 바이러스가 된다고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.



1. 다음 표를 완성하여 보자.

지난 시간(시간)	1	2	3	4	5	6
바이러스의 수(개)	2	4	8			
거듭제곱으로 표현	2	2^2				

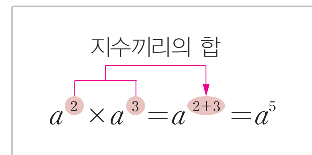
2. **1**의 표에서 2시간 후의 바이러스의 수와 3시간 후의 바이러스의 수를 곱하면 몇 시간 후의 바이러스의 수와 같아지는지 말하여 보자.

밑이 같은 거듭제곱의 곱은 하나의 거듭제곱으로 간단히 나타낼 수 있다.

$$2^2 \times 2^3 = (2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$$

같은 방법으로 수 a에 대하여

$$a^2 \times a^3 = \underbrace{(a \times a)}_{2\text{개}} \times \underbrace{(a \times a \times a)}_{3\text{개}}$$
$$= \underbrace{a \times a \times a \times a \times a}_{(2+3)\text{개}}$$
$$= a^5$$



이다. 이때 a^5에서 지수 5는 a^2의 지수 2와 a^3의 지수 3의 합임을 알 수 있다.

일반적으로 다음과 같은 지수법칙이 성립한다.

지수법칙 [1]

m, n이 자연수일 때

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

참고 지수법칙 [1]은 다음과 같이 세 개 이상의 거듭제곱의 곱에서도 성립한다.

$$a^4 \times a^3 \times a^2 = a^{4+3} \times a^2 = a^{4+3+2} = a^9$$

예제 01

다음 식을 간단히 하여라.

(1) $5^2 \times 5^4$　　(2) $a^5 \times a^4$

(3) $x \times x^2 \times x^3$　　(4) $a \times b^2 \times a^6 \times b^3$

풀이 (1) $5^2 \times 5^4 = 5^{2+4} = 5^6$

(2) $a^5 \times a^4 = a^{5+4} = a^9$

(3) $x \times x^2 \times x^3 = x^{1+2+3} = x^6$

(4) $a \times b^2 \times a^6 \times b^3 = a \times a^6 \times b^2 \times b^3$

$= a^{1+6} \times b^{2+3} = a^7b^5$

답 (1) 5^6　(2) a^9　(3) x^6　(4) a^7b^5

문제 1

다음 식을 간단히 하여라.

(1) $7^3 \times 7^5$　　(2) $x^2 \times x^4$

(3) $a^3 \times b^2 \times a \times b^3$　　(4) $x \times y^4 \times x \times y^2 \times x^3$

사고력 기르기

추론

의사소통

▶문제 해결

1년은 약 3×10^7초이고, 빛의 속력은 약 3×10^5 km/s라고 한다. 빛이 1년 동안 진행하는 거리를 구하여 보자. (단, 속력은 평균 속력을 의미한다.)



$(a^m)^n$은 어떻게 계산하는가?



생각 열기

구골(Googol)

구골이란 1 다음에 0이 100개 붙은 수이다. 즉, 구골은 10^{100}이다. 구골이라는 이름을 붙인 것은 미국의 수학자 에드워드 캐스너의 9살짜리 조카였는데, '손이 아파서 더 이상 쓸 수 없을 정도인 수' 라고 설명하였다.

〈출처: 이광연, 멋진 세상을 만든 수학, 문학동네, 2011〉

탐구 활동

다음 물음에 답하여 보자.

1. $(3^4)^2$은 3^4을 몇 번 곱한 것인가?

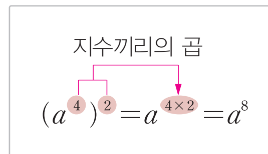
2. $(3^4)^2$은 3을 몇 번 곱한 것인가?

지수법칙 [1]에서 m, n이 자연수일 때
$a^m \times a^n = a^{m+n}$
이므로
$3^4 \times 3^4 = 3^{4+4}$

수 a에 대하여 $(a^4)^2$을 a의 거듭제곱으로 간단히 나타내면 다음과 같다.

$$(a^4)^2 = a^4 \times a^4 = a^{4+4}$$
$$= a^{4\times 2} = a^8$$

이때 a^8의 지수 8은 $(a^4)^2$의 두 지수 4와 2의 곱과 같음을 알 수 있다.



일반적으로 다음과 같은 지수법칙이 성립한다.

지수법칙 [2]

m, n이 자연수일 때

$$(a^m)^n = a^{m\times n} = a^{mn}$$

예제 02

다음 식을 간단히 하여라.

(1) $(a^5)^3$

(2) $(x^3)^7 \times x^4$

풀이 (1) $(a^5)^3 = a^{5\times 3} = a^{15}$

(2) $(x^3)^7 \times x^4 = x^{3\times 7} \times x^4 = x^{21} \times x^4 = x^{25}$

답 (1) a^{15} (2) x^{25}

문제 2 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $(a^3)^5$　　(2) $(x^6)^2$

(3) $(a^3)^2\times a^5$　　(4) $x^2\times(x^3)^7$

예제 03 $(a^4)^3\times ab^2$을 간단히 하여라.

풀이 $(a^4)^3\times ab^2=a^{12}\times ab^2=a^{12}\times a\times b^2$
$=a^{12+1}\times b^2=a^{13}b^2$

답 $a^{13}b^2$

문제 3 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $(a^5)^2\times(b^4)^4$　　(2) $x^3y\times(y^2)^6$

창의 up

두께가 같은 종이 A, B가 있다. A는 반씩 12번 접고 B는 삼등분씩 6번 접는다면 어느 종이가 더 두꺼운지 설명하여라.





$a^m \div a^n$은 어떻게 계산하는가?

탐구 활동 다음과 같이 나눗셈을 분수로 나타낼 때, □ 안에 알맞은 식 또는 수를 써넣어 보자.

1. $3^5 \div 3^2 = \dfrac{3\times3\times3\times3\times3}{\square} = 3^{\square}$

2. $3^2 \div 3^2 = \dfrac{\square}{\square} = \square$

3. $3^2 \div 3^5 = \dfrac{\square}{\square} = \dfrac{1}{3^{\square}}$

0이 아닌 수 a에 대하여 $a^5 \div a^3$, $a^3 \div a^3$, $a^3 \div a^5$을 a의 거듭제곱으로 간단히 나타내면 다음과 같다.

$$a^5 \div a^3 = \frac{a^5}{a^3} = \frac{a\times a\times a\times a\times a}{a\times a\times a} = a\times a = a^2$$

$$a^3 \div a^3 = \frac{a^3}{a^3} = \frac{a\times a\times a}{a\times a\times a} = 1$$

$$a^3 \div a^5 = \frac{a^3}{a^5} = \frac{a\times a\times a}{a\times a\times a\times a\times a} = \frac{1}{a\times a} = \frac{1}{a^2}$$

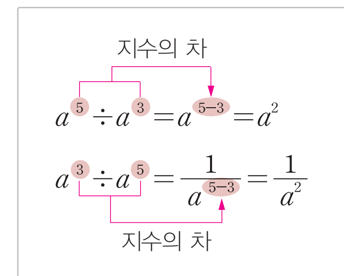
여기서

$$a^5 \div a^3 = a^{5-3}$$

$$a^3 \div a^3 = 1$$

$$a^3 \div a^5 = \frac{1}{a^{5-3}}$$

임을 알 수 있다.



일반적으로 다음과 같은 지수법칙이 성립한다.

지수법칙 [3]

$a \neq 0$이고, m, n이 자연수일 때

(1) $m>n$이면 $a^m \div a^n = a^{m-n}$

(2) $m=n$이면 $a^m \div a^n = 1$

(3) $m<n$이면 $a^m \div a^n = \dfrac{1}{a^{n-m}}$

앞으로는 특별한 언급이 없어도 나누는 수는 0이 아닌 것으로 생각한다.

예제 04 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $a^5 \div a$　　(2) $x^4 \div x^4$　　(3) $b^2 \div b^6$

풀이 (1) $a^5 \div a = a^{5-1} = a^4$

(2) $x^4 \div x^4 = 1$

(3) $b^2 \div b^6 = \frac{1}{b^{6-2}} = \frac{1}{b^4}$

답 (1) a^4　(2) 1　(3) $\frac{1}{b^4}$

문제 4 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $a^6 \div a^3$　　(2) $x^3 \div x^8$

(3) $y^2 \div y^2$　　(4) $x \div x^5$

예제 05 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $x^4 \div (x^8 \div x^5)$　　(2) $(x^7)^2 \div (x^6)^3$

풀이 (1) $x^4 \div (x^8 \div x^5) = x^4 \div x^{8-5} = x^4 \div x^3 = x^{4-3} = x$

(2) $(x^7)^2 \div (x^6)^3 = x^{7\times2} \div x^{6\times3} = x^{14} \div x^{18} = \frac{1}{x^{18-14}} = \frac{1}{x^4}$

답 (1) x　(2) $\frac{1}{x^4}$

문제 5 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $a^7 \div a^4 \div a$　　(2) $a^9 \div (a^6 \div a)$

(3) $(x^4)^2 \div (x^3)^3$　　(4) $(x^2)^4 \div x^3 \div x^5$

사고력 기르기

추론
▶의사소통
문제 해결

$a^{10} \times a^6 \times a^5$과 $a^{10} \times (a^6 \times a^5)$, $a^{10} \div a^6 \div a^5$과 $a^{10} \div (a^6 \div a^5)$을 각각 계산해 보고, 어떤 차이가 있는지 토의하여 보자.

$(ab)^n$과 $\left(\frac{a}{b}\right)^n$은 어떻게 계산하는가?

탐구 활동

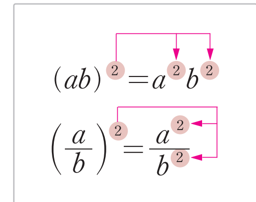
$(2\times5)^4$과 $\left(\frac{2}{5}\right)^3$을 2와 5의 거듭제곱으로 나타내려고 한다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

1. $(2\times5)^4=(2\times5)\times(2\times5)\times(2\times5)\times(2\times5)=2^{\square}\times5^{\square}$

2. $\left(\frac{2}{5}\right)^3=\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{2^{\square}}{5^{\square}}$

두 수 a, b에 대하여 $(ab)^2$과 $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ $(b\neq0)$은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(ab)^2=ab\times ab=a\times b\times a\times b$$
$$=a\times a\times b\times b=a^2b^2$$
$$\left(\frac{a}{b}\right)^2=\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}=\frac{a\times a}{b\times b}=\frac{a^2}{b^2}$$



일반적으로 다음과 같은 지수법칙이 성립한다.

지수법칙 [4]

n이 자연수일 때

$$(ab)^n=a^nb^n,\quad \left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}\ (b\neq0)$$

예제 06 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $(ab)^4$ (2) $\left(\frac{a}{b}\right)^7$

풀이 (1) $(ab)^4=a^4b^4$ (2) $\left(\frac{a}{b}\right)^7=\frac{a^7}{b^7}$

답 (1) a^4b^4 (2) $\frac{a^7}{b^7}$

문제 6 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $(ab)^6$

(2) $\left(\dfrac{x^3}{y^4}\right)^2$

(3) $(a^2b^3)^2\times a^2b$

(4) $(a^2b^5)^3\div a^4b^9$

실생활

문제 7 다음 표는 동양에서 사용하는 수의 다양한 표현들을 거듭제곱의 형태로 나타낸 것이다. 이 표에서 항하사는 인도 갠지스 강의 모래의 수라는 뜻으로 10^{52}을 나타낸다. 무량수는 항하사의 몇 배인지 거듭제곱으로 나타내어라.

큰 수의 거듭제곱 표현			
수	거듭제곱	수	거듭제곱
만	10^4	항하사	10^{52}
억	10^8	아승기	10^{56}
조	10^{12}	불가사의	10^{64}
경	10^{16}	무량수	10^{68}

사고력 기르기

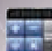
추론
의사소통
▶문제 해결

다음과 같이 a^2, a^5, $(\quad)^2$, $\times$, $\div$를 한 번씩만 사용하여 a, a^6, a^7, a^9, a^{10}의 값을 각각 나타내어 보자. (단, 모두 사용할 필요는 없다.)

$$a^5\div a^2=a^3,\ (a^2)^2=a^4,\ (a^5)^2\div a^2=a^8$$

단원 과제

앞의 단원 과제에 대하여 다음을 해결하여 보자.


지구의 지름은 약 1.27×10^4 km이고, 태양의 지름은 약 1.39×10^6 km이다.
지구를 지름이 1.2 cm인 구라고 하면 태양의 지름은 얼마일지 지수법칙을 이용하여 계산하여라.

03

다항식의 곱셈과 나눗셈

● (단항식)×(다항식), (다항식)÷(단항식)을 할 수 있다.

단항식의 곱셈은 어떻게 하는가?

생각 열기

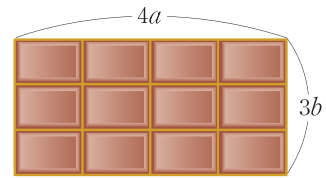
초콜릿(chocolate)

초콜릿은 카카오나무 열매의 씨로 만든 가루에 우유, 설탕, 향료 등을 섞어 만든 음식이다. 초콜릿이라는 말은 멕시코 인들이 카카오나무의 열매로 만든 음료를 초콜라틀(chocolatl)이라고 한 것에서 유래되었다고 한다.



탐구 활동

오른쪽 그림은 가로의 길이가 $4a$이고 세로의 길이가 $3b$인 직사각형 모양의 초콜릿이다. 다음 물음에 답하여 보자.



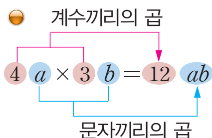
1. 초콜릿 전체의 넓이를 구하는 식을 써 보자.
2. 초콜릿 한 조각의 넓이를 구하여 보자.
3. 초콜릿 전체의 넓이는 초콜릿 한 조각의 넓이의 몇 배인가?

탐구 활동에서 초콜릿의 넓이는

$$4a\times 3b$$

로 나타낼 수 있다.

이것을 곱셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 계산하면 다음과 같다.



$$\begin{aligned}4a\times 3b &= 4\times a\times 3\times b \\ &= 4\times 3\times a\times b \\ &= (4\times 3)\times(a\times b) \\ &= 12ab\end{aligned}$$

교환법칙

결합법칙

여기서 $12ab$는 계수끼리의 곱 12와 문자끼리의 곱 ab의 곱으로 되어 있음을 알 수 있다.

이와 같이 단항식의 곱셈은 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 곱하여 계산한다.

예제 01 다음을 계산하여라.

(1) $4a\times5b$ (2) $(-3x)^2\times2y$

풀이 (1) $4a\times5b=4\times5\times a\times b$

$=20ab$

(2) $(-3x)^2\times2y=(-3)^2\times x^2\times2\times y$

$=9\times2\times x^2\times y$

$=18x^2y$

답 (1) $20ab$ (2) $18x^2y$

문제 1 다음을 계산하여라.

(1) $3a\times(-7b)$ (2) $-8x\times(-2y^3)$

(3) $5ab\times(-a^3b)$ (4) $(-2x)^2\times5x^3y$

(단항식)×(다항식)은 어떻게 계산하는가?

생각 열기

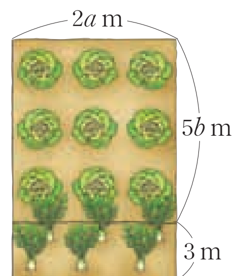
주말 농장

주말 농장은 도시민이 도시 근교의 농지를 빌려 주말이나 휴일에 채소를 길러 보며 전원생활을 느낄 수 있도록 한 곳이다. 도시민들은 주말 농장을 통하여 직접 기른 채소를 먹을 수 있을 뿐만 아니라 채소를 가꾸는 과정을 체험할 수 있다.



탐구 활동

수연이네 가족은 오른쪽 그림과 같은 직사각형 모양의 텃밭에 배추와 무를 기르고 있다. 다음 물음에 답하여 보자.



1. 전체 텃밭의 가로의 길이와 세로의 길이는 각각 얼마인가?
2. 1에서 얻은 식을 이용하여 전체 텃밭의 넓이를 식으로 나타내어 보자.
3. 전체 텃밭의 넓이를 배추밭의 넓이와 무밭의 넓이의 합으로 나타내어 보자.

수와 다항식의 곱셈
$2(3a+4)$
$=2\times3a+2\times4$
$=6a+8$

단항식과 다항식의 곱셈도 수와 다항식의 곱셈과 마찬가지로 분배법칙을 이용하여 계산한다.

예를 들어

$$2a(5b+3)=2a\times5b+2a\times3$$
$$=10ab+6a$$

이다.

이와 같이 단항식과 다항식의 곱셈에서 괄호를 풀어 하나의 다항식으로 나타내는 것을 **전개**한다고 하며, 전개하여 얻은 식을 **전개식**이라고 한다.

전개
$2a(5b+3)=10ab+6a$
전개식

보기 $3x(x+2y-1)=3x\times x+3x\times2y+3x\times(-1)$
$=3x^2+6xy-3x$

문제 2 다음 식을 전개하여라.

(1) $x(3x+2y)$ (2) $-3a(2a-b)$

(3) $4a(2a+5b-1)$ (4) $2x(-5x+3y-1)$

예제 02 $x(3x+5y)-4x(2x-y)$를 계산하여라.

풀이 $x(3x+5y)-4x(2x-y)$
$=x\times3x+x\times5y-4x\times2x-4x\times(-y)$
$=3x^2+5xy-8x^2+4xy$
$=-5x^2+9xy$

답 $-5x^2+9xy$

문제 3 다음을 계산하여라.

(1) $a(2a-3)+2a(a+1)$ (2) $x(x-3)+7x(x-1)$

(3) $3a(a+b)-6a(a-b)$ (4) $\frac{x}{2}(4x-12)-3x(x-2)$

단항식의 나눗셈은 어떻게 하는가?

탐구 활동

오른쪽 그림은 인터넷 쇼핑몰에서 주문한 부피가 $12ab$인 택배 상자이다. 다음 물음에 답하여 보자.



1. 한 밑면의 넓이가 $4a$일 때 높이를 구하는 식을 써 보자.

$$\square \div \square$$

2. **1**에서 구한 식을 분수로 나타내어 보자.

탐구 활동에서 택배 상자의 높이를 구하는 식은

$$12ab \div 4a$$

로 나타낼 수 있다.

이때 단항식의 나눗셈은 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸거나 분수로 바꾸어 다음과 같이 계산한다.

$12ab \div 4a = 12ab \times \frac{1}{4a} = 12 \times \frac{1}{4} \times ab \times \frac{1}{a} = 3b$	$12ab \div 4a = \frac{12ab}{4a} = \frac{12 \times a \times b}{4 \times a} = 3b$

예제 03 다음을 계산하여라.

(1) $14ab^2 \div 2ab$ (2) $(-6x)^2 \div (-9x)$

풀이 (1) $14ab^2 \div 2ab = \frac{14ab^2}{2ab} = 7b$

(2) $(-6x)^2 \div (-9x) = \frac{36x^2}{-9x} = -4x$

답 (1) $7b$ (2) $-4x$

문제 4 다음을 계산하여라.

(1) $16x^9 \div 2x^3$ (2) $-27a^3b \div (-9a)$

(3) $30x^7y \div (-6x^3y)$ (4) $(-5a^3b^4)^2 \div 5ab^5$

예제 04 다음을 계산하여라.

(1) $(3x)^2 \div 6x^3 \times 2x^4$ (2) $8ab^5 \times (-a^3) \div 2b^2$

● 곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 식의 계산은 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어서 계산한다.

풀이 (1) $(3x)^2 \div 6x^3 \times 2x^4 = 9x^2 \times \dfrac{1}{6x^3} \times 2x^4$

$= 3x^3$

(2) $8ab^5 \times (-a^3) \div 2b^2 = -8a^4b^5 \times \dfrac{1}{2b^2}$

$= -4a^4b^3$

답 (1) $3x^3$ (2) $-4a^4b^3$

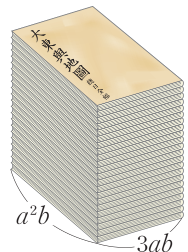
문제 5 다음을 계산하여라.

(1) $2x^4 \times 6x^2 \div 4x^3$ (2) $(-6ab)^2 \div 9a^2 \div 2b$

(3) $-3xy^2 \times 4x^3y \div 6xy$ (4) $9a^2b \div 3ab^3 \times 2a^4b$

실생활

문제 6 오른쪽 그림은 1861년 김정호가 제작한 22권의 대동여지도를 직육면체 모양으로 쌓은 것이다. 이것의 부피가 $6a^5b^4$이라고 할 때, 높이를 구하는 식을 쓰고 계산하여라.

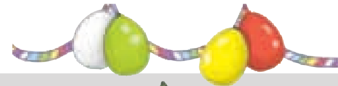


사고력 기르기

추론
▶ 의사소통
문제 해결

$12ab \div 4a$를 $12 \times a \times b \div 4 \times a$로 계산할 수 있는지 토의하여 보자.

(다항식)÷(단항식)은 어떻게 계산하는가?



생각 열기

케이크

이집트 벽화를 보면 밀가루를 반죽하여 케이크를 만드는 사람들의 모습을 볼 수 있다. 오늘날 케이크는 촛불로 장식을 하여 축하할 때나 무병장수를 기원할 때 많이 사용한다. 케이크에 촛불로 장식을 하는 것은 중세 독일 농민들의 '킨테페스테' 라는 어린이 생일 축하 행사에서 시작되었다고 전해진다.

〈출처: 조민영, 케이크, 김영사, 2004〉



탐구 활동

오른쪽 그림과 같은 삼각기둥 모양의 조각 케이크의 한 밑면의 넓이는 $2a$, 부피는 $4a^2+6ab$라고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.



1. 조각 케이크의 높이를 (부피)÷(한 밑면의 넓이)로 나타내어 보자.
2. 1의 식을 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸어 나타내어 보자.

다항식을 단항식으로 나눌 때에도 다항식을 수로 나눌 때와 마찬가지로 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸거나 분수로 바꾸어 계산한다.

예를 들어 $(4a^2+6ab)\div 2a$를 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}&(4a^2+6ab)\div 2a\\&=(4a^2+6ab)\times\frac{1}{2a}\\&=4a^2\times\frac{1}{2a}+6ab\times\frac{1}{2a}\\&=2a+3b\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&(4a^2+6ab)\div 2a\\&=\frac{4a^2+6ab}{2a}\\&=\frac{4a^2}{2a}+\frac{6ab}{2a}\\&=2a+3b\end{aligned}$$

● $\frac{x+y}{a}=\frac{x}{a}+\frac{y}{a}$

● 다항식을 단항식으로 나눌 때에는 각 항의 부호에 주의한다.

보기

(1) $(9a^2-3ab)\div 3a=\frac{9a^2-3ab}{3a}=\frac{9a^2}{3a}-\frac{3ab}{3a}=3a-b$

(2) $(8x^2-4x)\div(-2x)=\frac{8x^2-4x}{-2x}=\frac{8x^2}{-2x}-\frac{4x}{-2x}=-4x+2$

문제 7 다음을 계산하여라.

(1) $(-5a^2+15ab)\div 5a$

(2) $(x^3-3x^2-x)\div(-x)$

예제 05

다음을 계산하여라.

(1) $\frac{4a^2+6ab}{2a}+\frac{5ab-10b^2}{5b}$

(2) $x(2x-7)-(16x^3+8x^2)\div 4x$

풀이 (1) $\frac{4a^2+6ab}{2a}+\frac{5ab-10b^2}{5b}=(2a+3b)+(a-2b)$

$=3a+b$

(2) $x(2x-7)-(16x^3+8x^2)\div 4x=2x^2-7x-\frac{16x^3+8x^2}{4x}$

$=2x^2-7x-4x^2-2x$

$=-2x^2-9x$

답 (1) $3a+b$ (2) $-2x^2-9x$

문제 8

다음을 계산하여라.

(1) $\frac{6x-15x^2}{3x}+\frac{4y^2-12xy}{4y}$

(2) $\frac{x^4-2x^3+x^2}{x^2}-\frac{8x^3+2x^2-4x}{2x}$

발전

문제 9

다음을 계산하여라.

(1) $(8a^2-4a)\div 2a-(3a^2+2a)\div a$

(2) $\{3x(x-5)-x(7x-3)\}\div 2x$

사고력 기르기

▶추론

의사소통

문제 해결

다음은 명수와 상희가 계산한 것이다. 계산에서 틀린 곳을 각각 찾아 그 이유를 설명하고, 바르게 계산하여 보자.

명수

$-\frac{4x^2y^3+6x^3y}{2xy}=-2xy^2+3x^2$

상희

$-\frac{4x^2y^3+6x^3y}{2xy}=-2xy^2-6x^3y$

04 곱셈 공식

● 다항식의 곱셈의 원리를 이해하여 곱셈을 할 수 있다.

$(a+b)(c+d)$는 어떻게 전개하는가?



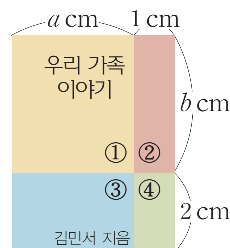
생각 열기

전자책(e-Book)

책을 전자책으로 제작하거나 다운로드를 받아 태블릿 피시(PC)로 읽는 사람들을 볼 수 있다. 전문적인 지식이 없더라도 다양한 디자인으로 자신만의 전자책을 꾸밀 수 있고, 여러 종류의 책을 많이 가지고 다닐 수 있는 이점이 있어 사용자가 증가하고 있다.

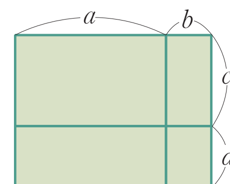
탐구 활동

오른쪽 그림은 민서가 직접 만든 전자책의 표지이다. 다음 물음에 답하여 보자.



1. 표지의 가로의 길이와 세로의 길이는 각각 얼마인가?
2. 1에서 얻은 식을 이용하여 표지의 넓이를 식으로 나타내어 보자.
3. 표지의 넓이를 ①, ②, ③, ④의 넓이의 합으로 나타내어 보자.

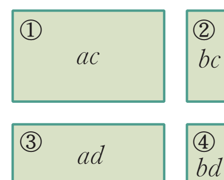
가로의 길이가 $a+b$이고, 세로의 길이가 $c+d$인 직사각형의 넓이는 $(a+b)(c+d)$이다.



이것은 오른쪽 그림에서 알 수 있듯이 4개의 직사각형 ①, ②, ③, ④의 넓이의 합과 같으므로

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

이다.



한편 다음과 같이 분배법칙을 이용하여 이 등식이 항상 성립함을 밝힐 수 있다.

$$\begin{aligned}&(a+b)(c+d)\\&=(a+b)M\\&=aM+bM\\&=a(c+d)+b(c+d)\\&=ac+ad+bc+bd\end{aligned}$$

$c+d$를 M으로 놓는다.
분배법칙
M에 $c+d$를 대입한다.
분배법칙

$a(c+d)+b(c+d)$
$=ac+ad+bc+bd$

즉, $(a+b)(c+d)$는 분배법칙을 이용하여 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$(a+b)(c+d)=\underset{①}{ac}+\underset{②}{ad}+\underset{③}{bc}+\underset{④}{bd}$$

예제 01

$(a+5)(b-2)$를 전개하여라.

$(a+5)(b-2)$
$=ab-2a+5b-10$

풀이 $(a+5)(b-2)=a\times b+a\times(-2)+5\times b+5\times(-2)$
$=ab-2a+5b-10$

답 $ab-2a+5b-10$

문제 1 다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+3)(b+2)$
(2) $(x+5)(y-3)$
(3) $(a-5)(b-7)$
(4) $(x-8)(y+1)$

다항식과 다항식의 곱을 전개하였을 때, 전개식에 동류항이 있으면 동류항을 모아서 간단히 정리한다.

예를 들어 두 다항식의 곱 $(a+4)(a-5)$를 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}(a+4)(a-5)&=a\times a+a\times(-5)+4\times a+4\times(-5)\\&=a^2-5a+4a-20\\&=a^2-a-20\end{aligned}$$

문제 2 다음 식을 전개하여라.

식을 전개한 후 동류항끼리 모아서 간단히 한다.

(1) $(a+6)(a+2)$
(2) $(x+4)(x-5)$
(3) $(a+5)(a-1)$
(4) $(x-7)(x-3)$

문제 3 다음 식을 전개하여라.

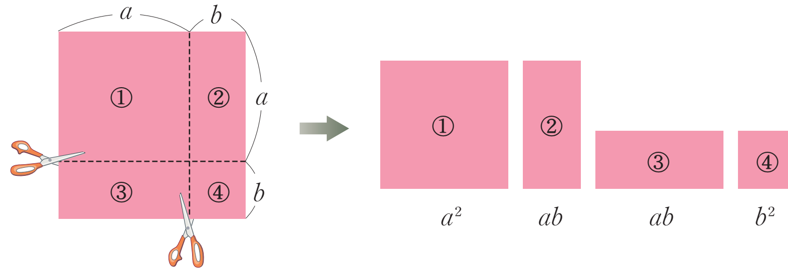
(1) $(2a+1)(a-3)$
(2) $(x-8)(3x+1)$
(3) $(3b-4)(b-5)$
(4) $(y-1)(2y+1)$

$(a+b)^2$, $(a-b)^2$은 어떻게 전개하는가?

탐구 활동

● 준비물
색종이, 가위

다음 그림과 같이 정사각형 모양의 색종이를 두 개의 정사각형과 두 개의 직사각형으로 잘랐을 때, 물음에 답하여 보자.



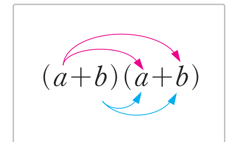
1. 처음 색종이의 넓이를 거듭제곱으로 나타내어 보자.

2. 처음 색종이의 넓이를 ①, ②, ③, ④의 넓이의 합으로 나타내어 보자.

다항식의 곱셈에서 특수한 꼴의 곱셈은 공식을 이용하면 쉽게 전개할 수 있다. 이제 곱셈 공식에 대하여 알아보자.

$(a+b)^2$은 분배법칙을 이용하여 다음과 같이 전개할 수 있다.

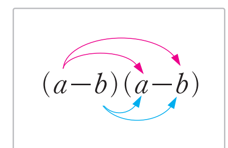
$$\begin{aligned}(a+b)^2&=(a+b)(a+b)\\&=a^2+ab+ab+b^2\\&=a^2+2ab+b^2\end{aligned}$$



$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a+b)^2\neq a^2+b^2$

같은 방법으로 $(a-b)^2$도 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$\begin{aligned}(a-b)^2&=(a-b)(a-b)\\&=a^2-ab-ab+b^2\\&=a^2-2ab+b^2\end{aligned}$$



이상에서 다음과 같은 곱셈 공식을 얻는다.

곱셈 공식 [1]

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2,\quad (a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

예제 02 다음을 전개하여라.

(1) $(a+4)^2$　　(2) $(b-3)^2$

풀이 (1) $(a+4)^2=a^2+2\times a\times 4+4^2=a^2+8a+16$

(2) $(b-3)^2=b^2-2\times b\times 3+3^2=b^2-6b+9$

답 (1) $a^2+8a+16$　(2) b^2-6b+9

문제 4 다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+5)^2$　　(2) $(b-9)^2$

(3) $(x+y)^2$　　(4) $(x-y)^2$

발전 **문제 5** 다음 식을 전개하여라.

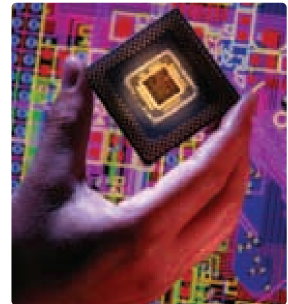
(1) $(3x+2)^2$　　(2) $(4x-5)^2$

$(a+b)(a-b)$는 어떻게 전개하는가?

생각 열기

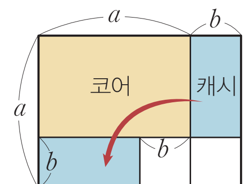
중앙처리장치(CPU) 설계

컴퓨터의 두뇌 역할을 하는 중앙처리장치는 크게 코어(core)와 캐시(cache)의 두 부분으로 나눌 수 있다. 코어와 캐시의 위치를 설계하는 방법에 따라 중앙처리장치의 속도, 발열 등 컴퓨터의 성능이 달라진다.



탐구 활동

오른쪽 그림과 같이 설계된 중앙처리장치의 발열이 심해 캐시의 위치를 코어의 아래쪽으로 옮기려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.



1. 캐시가 코어의 오른쪽에 위치하도록 설계하였을 때, 중앙처리장치의 넓이를 가로와 세로의 곱으로 나타내어 보자.
2. 캐시를 코어의 아래쪽으로 옮겨 설계하였을 때, 정사각형의 넓이의 차를 이용하여 중앙처리장치의 넓이를 나타내어 보자.

$(a+b)(a-b)$는 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$(a+b)(a-b)=a^2-ab+ab-b^2$$
$$=a^2-b^2$$

이상에서 다음과 같은 곱셈 공식을 얻는다.

곱셈 공식 [2]

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

예제 03 다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+3)(a-3)$　　(2) $(2x+5)(2x-5)$

풀이 (1) $(a+3)(a-3)=a^2-3^2=a^2-9$

(2) $(2x+5)(2x-5)=(2x)^2-5^2=4x^2-25$

답 (1) a^2-9　(2) $4x^2-25$

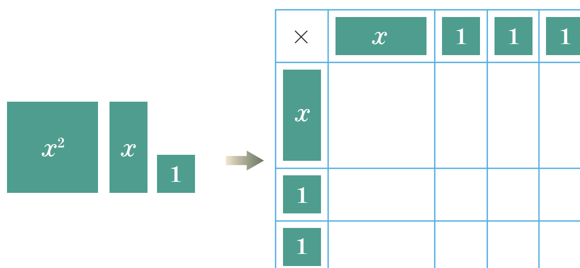
문제 6 다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+6)(a-6)$　　(2) $(2b+1)(2b-1)$

(3) $(a+2b)(a-2b)$　　(4) $(-x-y)(-x+y)$

$(x+a)(x+b)$는 어떻게 전개하는가?

탐구 활동 다음 그림과 같이 넓이가 x^2, x, 1인 세 종류의 대수 타일을 이용하여 $(x+3)(x+2)$를 전개할 때, 물음에 답하여 보자.



1. 표의 빈칸을 대수 타일로 채워 보자.

2. **1**을 이용하여 $(x+3)(x+2)$의 전개식을 써 보자.

두 다항식의 곱 $(x+a)(x+b)$를 전개하면 다음과 같다.

$$(x+a)(x+b)=x^2+bx+ax+ab$$
$$=x^2+(a+b)x+ab$$

여기서 전개식의 x의 계수는 a와 b의 합과 같고, 상수항은 a와 b의 곱과 같음을 알 수 있다.

$$(x+a)(x+b)=x^2+\underbrace{(a+b)}_{\text{합}}x+\underbrace{a\times b}_{\text{곱}}$$

이상에서 다음과 같은 곱셈 공식을 얻는다.

곱셈 공식 [3]

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

예제 04 다음 식을 전개하여라.

(1) $(x+4)(x+2)$ (2) $(x+1)(x-5)$

$(x+4)(x+2)$
$=x^2+\underset{\text{합}}{6}x+\underset{\text{곱}}{8}$

풀이 (1) $(x+4)(x+2)=x^2+(4+2)x+4\times2$
$=x^2+6x+8$

(2) $(x+1)(x-5)=x^2+\{1+(-5)\}x+1\times(-5)$
$=x^2-4x-5$

답 (1) x^2+6x+8 (2) x^2-4x-5

문제 7 다음 식을 전개하여라.

(1) $(x+2)(x+1)$ (2) $(x+5)(x-2)$

(3) $(x-6)(x-3)$ (4) $(x-4)(x+7)$

$(ax+b)(cx+d)$는 어떻게 전개하는가?

$(ax+b)(cx+d)$

두 다항식의 곱 $(ax+b)(cx+d)$를 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}(ax+b)(cx+d)&=ax\times cx+ax\times d+b\times cx+b\times d\\&=acx^2+adx+bcx+bd\\&=acx^2+(ad+bc)x+bd\end{aligned}$$

이상에서 다음과 같은 곱셈 공식을 얻는다.

곱셈 공식 [4]

$$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$$

예제 05

다음 식을 전개하여라.

(1) $(2x+3)(4x+5)$ (2) $(3x-1)(5x-2)$

$8x^2$, 15, $(2x+3)(4x+5)$, $12x$, $10x$

풀이 (1) $(2x+3)(4x+5)=(2\times4)x^2+(2\times5+3\times4)x+3\times5$
$=8x^2+22x+15$

(2) $(3x-1)(5x-2)=(3\times5)x^2+\{3\times(-2)+(-1)\times5\}x+(-1)\times(-2)$
$=15x^2+(-6-5)x+2$
$=15x^2-11x+2$

답 (1) $8x^2+22x+15$ (2) $15x^2-11x+2$

문제 8

다음 식을 전개하여라.

(1) $(2x+3)(x+4)$ (2) $(7x+1)(x-2)$

(3) $(6x-5)(-x-1)$ (4) $(-x+2)(4x-7)$

사고력 기르기

추론
▶ 의사소통
문제 해결

다음을 계산하여 보고, 간단하게 계산하는 방법을 토의하여 보자.

(1) 103^2 (2) 299^2

(3) 202×198 (4) 10.2×9.8

05

인수분해

● 인수분해의 뜻을 안다.

인수분해란 무엇인가?

생각 열기

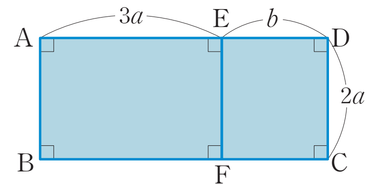
가두리 양식장

연안에 구획을 정하여 그물을 치고 그 안에서 수산물을 기르고 번식시키는 것을 가두리 양식이라고 하는데, 주로 사각형의 바둑판 모양으로 그물을 설치한다. 양식장 근처의 해안에는 어족 보호를 위하여 공장 건설과 유조선의 통행을 제한하기도 한다.



탐구 활동

오른쪽 그림과 같은 직사각형 모양의 가두리 양식장을 만들려고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.



1. □ABCD의 넓이를 □ABFE와 □EFCD의 넓이의 합으로 나타내어 보자.
2. □ABCD의 넓이를 가로의 길이와 세로의 길이의 곱으로 나타내어 보자.
3. **1**과 **2**에서 나타낸 식의 차이점을 말하여 보자.

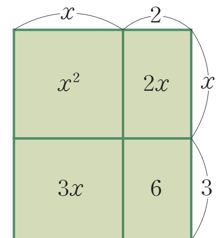
$(x+2)(x+3)$을 전개하면

$$(x+2)(x+3)=x^2+5x+6$$

이다. 이 등식의 좌변과 우변을 서로 바꾸면

$$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$$

이 되므로 다항식 x^2+5x+6은 $x+2$와 $x+3$의 곱으로 나타낼 수 있다.



이와 같이 하나의 다항식을 두 개 이상의 다항식의 곱으로 나타낼 때, 각각의 식을 처음 식의 **인수**라고 한다.

● $x+2$와 $x+3$은 x^2+5x+6의 인수이다.

또 하나의 다항식을 두 개 이상의 인수들의 곱으로 나타내는 것을 그 다항식을 **인수분해**한다고 한다.

공통으로 들어 있는 인수를 공통인수라고 한다.

한편 다항식 $ma+mb$에서 m은 항 ma와 mb에 공통으로 들어 있는 인수이고, 분배법칙을 이용하여 공통인수 m으로 묶어 내면 다음과 같이 인수분해할 수 있다.

$$ma+mb=m(a+b)$$

예제 01

다음 식을 인수분해하여라.

(1) $ab+3ac$　　(2) $2x^2-4xy$

풀이 (1) ab와 $3ac$의 공통인수는 a이므로

$$ab+3ac=a(b+3c)$$

(2) $2x^2$과 $-4xy$의 공통인수는 $2x$이므로

$$2x^2-4xy=2x\times x-2x\times 2y=2x(x-2y)$$

답 (1) $a(b+3c)$　(2) $2x(x-2y)$

(2) $2x^2=2\times x\times x$
$-4xy=-2\times 2\times x\times y$
식을 인수분해할 때에는 공통인수가 남지 않도록 모두 묶어 낸다.

문제 1

다음 식을 인수분해하여라.

(1) $ax+5ay$　　(2) x^2-2ax

(3) $8x^2-4xy$　　(4) $ax+ay-az$

사고력 기르기

추론
▶ 의사소통
문제 해결

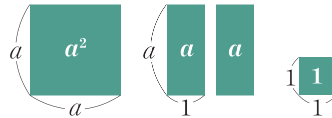
$2x^2+4x$를 $2(x^2+2x)$로 나타내었을 때, 이것을 인수분해한 것이라고 할 수 있는지 토의하여 보자.

06 인수분해 공식

● 인수분해를 할 수 있다.

$a^2+2ab+b^2$, $a^2-2ab+b^2$은 어떻게 인수분해하는가?

탐구 활동 다음 그림과 같이 넓이가 a^2, a, 1인 세 종류의 대수 타일 4개를 이용하여 물음에 답하여 보자.



1. 대수 타일 4개의 넓이의 합을 구하여 보자.
2. 대수 타일 4개를 모두 붙여서 정사각형으로 만들어 보자.
3. 2에서 만든 정사각형의 한 변의 길이를 구하고, 이것을 이용하여 정사각형의 넓이를 식으로 나타내어 보자.
4. 1과 3의 결과를 등식으로 나타내어 보자.



곱셈 공식

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2,\quad (a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

에서 좌변과 우변을 서로 바꾸어 생각하면

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2,\quad a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

으로 인수분해됨을 알 수 있다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

인수분해 공식 [1]

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2,\quad a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

문제 1 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $a^2+10a+25$ (2) $a^2-14a+49$

(3) $4x^2+12x+9$ (4) $9x^2-12x+4$

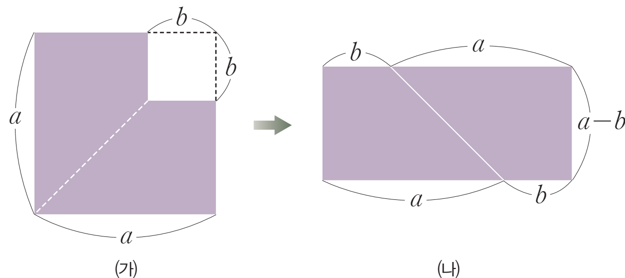
a^2-b^2은 어떻게 인수분해하는가?

탐구 활동

● 준비물
색종이, 가위



다음 그림과 같이 한 변의 길이가 a인 정사각형 모양의 색종이에서 한 변의 길이가 b인 정사각형 모양을 잘라 내고 남은 도형으로 직사각형 모양을 만들었다. 물음에 답하여 보자.



(가) (나)

1. (가)에서 한 변의 길이가 b인 정사각형 모양을 잘라 내고 남은 도형의 넓이를 두 정사각형의 넓이의 차로 나타내어 보자.

2. (나)에서 직사각형의 넓이를 가로의 길이와 세로의 길이의 곱으로 나타내어 보자.

3. **1**과 **2**의 결과를 등식으로 나타내어 보자.

곱셈 공식

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

에서 좌변과 우변을 서로 바꾸어 생각하면

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

로 인수분해됨을 알 수 있다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

$-a^2+b^2$
$=b^2-a^2$
$=(b+a)(b-a)$

인수분해 공식 [2]

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

보기 $4a^2-9=(2a)^2-3^2=(2a+3)(2a-3)$

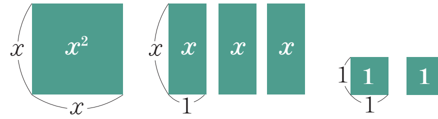
문제 2 다음 식을 인수분해하여라.

(1) a^2-49 (2) $16x^2-1$

(3) $9a^2-64$ (4) $4x^2-81$

$x^2+(a+b)x+ab$는 어떻게 인수분해하는가?

탐구 활동 다음 그림과 같이 넓이가 x^2, x, 1인 세 종류의 대수 타일 6개를 이용하여 물음에 답하여 보자.



1. 대수 타일 6개의 넓이의 합을 구하여 보자.
2. 대수 타일 6개를 모두 붙여서 직사각형으로 만들어 보자.
3. 2에서 만든 직사각형의 넓이를 가로의 길이와 세로의 길이의 곱으로 나타내어 보자.
4. 1과 3의 결과를 등식으로 나타내어 보자.

곱셈 공식

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$

에서 좌변과 우변을 서로 바꾸어 생각하면

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

로 인수분해됨을 알 수 있다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

인수분해 공식 [3]

$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$



다항식 x^2+5x+6을 인수분해하여 보자.

인수분해 공식 [3]에서

$$a+b=5,\ ab=6$$

인 두 정수 a, b를 찾으면

$$x^2+5x+6=(x+a)(x+b)$$

로 인수분해할 수 있다.

곱이 6인 두 정수	합
1, 6	7
2, 3	5
−1, −6	−7
−2, −3	−5

따라서 곱이 6인 두 정수 중에서 합이 5가 되는 수는 2와 3이므로 x^2+5x+6을 인수분해하면 다음과 같다.

$$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$$

예제 01

다음 식을 인수분해하여라.

(1) x^2-3x+2 (2) x^2-2x-8

$x^2+(a+b)x+ab$ (합: $a+b$, 곱: ab) $=(x+a)(x+b)$

풀이 (1) 곱이 2인 두 정수 중에서 합이 -3이 되는 수는 -1과 -2이다.

따라서 주어진 식을 인수분해하면

$$x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$$

곱이 2인 두 정수	합
1, 2	3
-1, -2	-3

(2) 곱이 -8인 두 정수 중에서 합이 -2가 되는 수는 2와 -4이다.

따라서 주어진 식을 인수분해하면

$$x^2-2x-8=(x+2)(x-4)$$

곱이 -8인 두 정수	합
1, -8	-7
2, -4	-2
-1, 8	7
-2, 4	2

답 (1) $(x-1)(x-2)$ (2) $(x+2)(x-4)$

문제 3

다음 □ 안에 알맞은 양수를 써넣어라.

(1) $x^2+\square x+6=(x+\square)(x+3)$

(2) $x^2-5x-\square=(x+\square)(x-6)$

문제 4

다음 식을 인수분해하여라.

(1) $x^2+7x+10$ (2) x^2-4x+3

(3) x^2+x-12 (4) $x^2-2x-35$

$acx^2+(ad+bc)x+bd$는 어떻게 인수분해하는가?

곱셈 공식

$$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$$

에서 다음과 같은 인수분해 공식을 얻는다.

인수분해 공식 [4]

$$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$$

다항식 $3x^2+16x+5$를 인수분해하여 보자.

인수분해 공식 [4]에서

$ac\,x^2+(ad+bc)x+bd$
$3x^2+16x+5$

$$ac=3,\ ad+bc=16,\ bd=5$$

인 네 정수 a, b, c, d를 찾으면

$$3x^2+16x+5=(ax+b)(cx+d)$$

로 인수분해할 수 있다. 이때 보통 a, c는 양의 정수로 한다.

먼저 $ac=3$인 양의 정수 a, c와 $bd=5$인 정수 b, d를 구하여 오른쪽과 같이 나열한 후 대각선으로 곱하여 $ad+bc=16$이 되는 네 수를 찾는다.

$a \quad b \longrightarrow bc$
$c \quad d \longrightarrow ad$
$\quad\quad ad+bc$

즉, 다음과 같이 계산하여 본다.

$1 \quad 1 \longrightarrow 3$
$3 \quad 5 \longrightarrow 5$
8

$1 \quad 5 \longrightarrow 15$
$3 \quad 1 \longrightarrow 1$
16

$1 \quad -1 \longrightarrow -3$
$3 \quad -5 \longrightarrow -5$
-8

$1 \quad -5 \longrightarrow -15$
$3 \quad -1 \longrightarrow -1$
-16

위의 계산에서 $a=1$, $b=5$, $c=3$, $d=1$이다. 따라서 $3x^2+16x+5$를 인수분해하면

$$3x^2+16x+5=(x+5)(3x+1)$$

이다.

$3x^2+16x+5$
$1 \quad 5 \longrightarrow 15 \cdots x+5$
$3 \quad 1 \longrightarrow 1 \cdots 3x+1$
16

예제 02

다음 식을 인수분해하여라.

(1) $2x^2+7x+3$　　　(2) $3x^2-10x-8$

풀이 (1) 주어진 식은 인수분해 공식 [4]에서

$$ac=2,\ ad+bc=7,\ bd=3$$

인 경우이므로 이를 만족시키는 정수를 오른쪽과 같이 찾아 인수분해하면

$$2x^2+7x+3=(x+3)(2x+1)$$

1	3	6
2	1	1
		7

(2) 주어진 식은 인수분해 공식 [4]에서

$$ac=3,\ ad+bc=-10,\ bd=-8$$

인 경우이므로 이를 만족시키는 정수를 오른쪽과 같이 찾아 인수분해하면

$$3x^2-10x-8=(x-4)(3x+2)$$

1	-4	-12
3	2	2
		-10

답 (1) $(x+3)(2x+1)$　(2) $(x-4)(3x+2)$

문제 5 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $5x^2+13x+6$　　　(2) $4x^2-9x+2$

(3) $2x^2-x-21$　　　(4) $10x^2-7x-12$

인수분해할 때 다항식의 각 항에 공통인수가 있으면 먼저 공통인수로 묶어 낸 후 인수분해한다.

보기 (1) $4x^2+4x-48=4(x^2+x-12)=4(x+4)(x-3)$

(2) $2ax^2-8ax+8a=2a(x^2-4x+4)=2a(x-2)^2$

문제 6 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $3x^2-12x-15$　　　(2) $5ax^2-45a$

(3) $9ax^2+6ax+a$　　　(4) $10x^2-4x-6$

발전

문제 7 $4x^2-5x+A=(x-2)(Bx+C)$일 때, $A+B+C$의 값을 구하여라. (단, A, B, C는 상수)

정리 확인 학습

지수법칙

m, n이 자연수일 때

① $a^m \times a^n = a^{m+n}$

② $(a^m)^n = a^{m\times n} = a^{mn}$

③ $a \neq 0$에 대하여

$m > n$이면 $a^m \div a^n = a^{m-n}$

$m = n$이면 $a^m \div a^n = 1$

$m < n$이면 $a^m \div a^n = \dfrac{1}{a^{n-m}}$

④ $(ab)^n = a^n b^n$, $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$ $(b \neq 0)$

1 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $x^3 \times x^6$ (2) $(x^2)^7$

(3) $a^5 \times b^4 \times a \times b^3$ (4) $(a^5)^2 \times a^4$

(5) $x^8 \div x^5$ (6) $a^5 \div a \div a^6$

(7) $\left(\dfrac{x^2}{y^3}\right)^2$ (8) $(a^2 b)^3 \div a^6 b^5$

다항식의 곱셈과 나눗셈

(1) 단항식과 다항식의 곱셈은 분배법칙을 이용하여 식을 전개한다.

(2) 다항식을 단항식으로 나눌 때에는 곱셈으로 바꾸거나 분수로 바꾸어 계산한다.

2 다음을 계산하여라.

(1) $2a(b+3)$

(2) $-3x(5x-2)$

(3) $(a+3)(b+2)$

(4) $(6x^2-3xy) \div 3x$

곱셈 공식

① $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

② $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

③ $(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$

④ $(ax+b)(cx+d) = acx^2+(ad+bc)x+bd$

3 다음을 계산하여라.

(1) $(x+3)^2$

(2) $(2x-5)^2$

(3) $(7x+2y)(7x-2y)$

(4) $(x+2)(x+6)-(4x+1)(x-2)$

인수분해의 뜻

(1) 인수분해: 하나의 다항식을 두 개 이상의 인수들의 곱으로 나타내는 것

(2) 다항식에 공통인수가 있을 때에는 분배법칙을 이용하여 공통인수로 묶어 내어 인수분해한다.

$ma + mb = m(a+b)$

4 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $ax+ay$

(2) $-a^2b+3ab^2$

(3) $2x^2-4x$

(4) $a^2+2ab-ac$

인수분해 공식

① $a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2$

$a^2-2ab+b^2 = (a-b)^2$

② $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$

③ $x^2+(a+b)x+ab = (x+a)(x+b)$

④ $acx^2+(ad+bc)x+bd = (ax+b)(cx+d)$

5 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $x^2+10x+21$

(2) $x^2-7x+12$

(3) $5x^2+13x-6$

(4) $15x^2-2x-1$

용어와 기호 항, 다항식, 상수항, 계수, 단항식, 차수, 동류항, 전개, 전개식, 인수, 인수분해

대/단/원 평가 문제

선택형

1 다음 중에서 옳은 것은?

① $\sqrt{4}$ 의 값은 ±2이다.
② -4의 제곱근은 -2이다.
③ 4의 제곱근은 $\pm\sqrt{2}$ 이다.
④ $(-2)^2$의 제곱근은 ±2이다.
⑤ 2의 양의 제곱근은 4이다

2 다음 중에서 옳지 않은 것은?

① 무한소수는 무리수이다.
② 유리수이면서 무리수인 수는 없다.
③ 유리수와 무리수는 모두 실수이다.
④ 모든 실수는 수직선 위의 점에 대응된다.
⑤ 두 실수 사이에는 무수히 많은 실수가 있다.

3 $(3+2\sqrt{2})(1-\sqrt{2})$를 계산하면?

① $-1-\sqrt{2}$ ② $1-\sqrt{2}$
③ $-7+5\sqrt{2}$ ④ $7-5\sqrt{2}$
⑤ $4\sqrt{2}$

4 $a=2+\sqrt{2}$, $b=\sqrt{2}+\sqrt{3}$, $c=\sqrt{3}+1$일 때, 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $a<b<c$ ② $a<c<b$
③ $b<c<a$ ④ $c<b<a$
⑤ $c<a<b$

5 제곱근표에서 $\sqrt{8.57}=2.927$, $\sqrt{a}=29.27$일 때, 다음 중에서 a의 값은?

① 85.7 ② 857 ③ 8570
④ 85700 ⑤ 857000

6 $a=4$, $b=-1$, $c=6$일 때, 다음 식의 값은?

$$\frac{2}{a}+\frac{3}{b}-\frac{9}{c}$$

① -4 ② -3 ③ -2
④ -1 ⑤ 0

7 $a^xb^3\times(a^2b^y)^3=a^{10}b^{18}$일 때, $x+y$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

8 $-3a(a+2b)+4b(a-b)$를 계산하면?

① $3a^2-10a^2b^2+4b^2$
② $-3a^2-2ab-4b^2$
③ $-3a^2+10ab-4b^2$
④ $-3a^2+10a^2b^2-4b^2$
⑤ $-3a^2-10ab-4b^2$

9 $x(x-4)-(3x+2)^2$을 계산하여 얻은 다항식에서 x의 계수는?

① -16 ② -10 ③ -8
④ 2 ⑤ 8

10 다음 중에서 인수분해가 바르게 된 것은?

① $2a^2-2=2(a^2-1)$
② $4x^2+9=(2x+3)^2$
③ $x^2-10x+25=(x+5)^2$
④ $5x^2-30x+25=5(x-2)(x-3)$
⑤ $(x-1)(x+6)-8=(x+7)(x-2)$

서답형

11 x는 자연수일 때, $6<\sqrt{x}<7$을 만족시키는 x의 개수를 구하여라.

12 $1<a<2$일 때, $\sqrt{(1-a)^2}-\sqrt{(2-a)^2}$을 간단히 하여라.

13 다음 □ 안에 알맞은 식을 구하여라.

$$(-3a^2b^3)^2\div(-2ab^4)\times\square=9ab^5$$

14 한 변의 길이가 각각 $2a+5b$, $a-3b$인 두 정사각형의 넓이의 합을 구하여라.

|서|술|형|

15 $\dfrac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라고 할 때, b^2+ab의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. (단, $0\leq b<1$)

|서|술|형|

16 인수분해를 이용하여 다음을 계산하는 과정과 답을 서술하여라.

$$7.5^2\times3-2.5^2\times3$$



우리가 먼 곳을 여행할 때 이용하는 열차에는
수많은 방정식과 함수가 숨어 있다.

방정식과 함수

Ⅱ

|준|비|학|습|

초등 정비례

1 $y=3x$일 때, 다음 표를 완성하여라.

x	1	2	3	4	5
y					

중 ① 일차방정식의 풀이

2 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $2x-3=9$
(2) $x-7=4(x+2)$
(3) $0.1x-1.8=0.6x+0.2$
(4) $\frac{5x-2}{8}-\frac{3x-2}{2}=-1$

중 ② 곱셈 공식

3 다음 식을 전개하여라.

(1) $(x+3)^2$
(2) $(x-4)^2$
(3) $(x+7)(x-7)$
(4) $(x+2)(x+6)$

1 일차방정식과 일차함수

귀뚜라미

귀뚜라미는 울음소리 때문에 가을을 알려주는 전령사로 알려져 있다. 이 울음소리는 수컷이 암컷을 부르기 위한 종족 보존의 수단인데, 각각의 종마다 그 소리가 다르다. 수컷은 오른쪽 앞날개를 왼쪽 앞날개 위에 올려놓고 비벼서 소리를 내는데, 오른쪽 앞날개 밑면에는 까칠까칠한 줄처럼 생긴 날개맥이 있고 왼쪽 앞날개 윗면에는 발톱처럼 생긴 돌기가 있어 마찰을 일으킨다. 이러한 앞날개의 형태가 종마다 다르기 때문에 울음소리가 달라진다.

귀뚜라미가 우는 횟수는 기온에 따라 달라진다고 한다. 미국의 과학자 돌베어(Dolbear, A. E. ; 1837～1910)는 기온이 x ℃일 때 1분 동안 귀뚜라미가 우는 횟수는

$$\left(\frac{36}{5}x-32\right)\text{회}$$

라고 하였다.

〈출처: 두산백과사전 두피디아(http://www.doopedia.co.kr, Evans, H. E., 곤충의 행성, 사계절출판사, 1999〉



단원 과제

이 단원을 배우면서 다음 과제를 해결하여 보자. 106쪽

귀뚜라미가 1분 동안 우는 횟수를 세어 보면 현재 기온을 알 수 있을까?

01 일차방정식

- 일차방정식의 뜻을 안다.
- 등식의 성질을 이해하고 일차방정식을 풀 수 있다.

방정식이란 무엇인가?

생각 열기

아메스 파피루스

"아메스 파피루스"는 기원전 1650년경에 만들어진 것으로 추정되는 세계에서 가장 오래된 수학 책이다. 이 책에 실린 87개의 수학 문제 중에는 알지 못하는 값인 '아하'를 구하는 '아하 문제'가 포함되어 있다.



탐구 활동

다음 물음에 답하여 보자.

1. 다음을 식으로 나타내어 보자.

'아하'의 3배에 2를 더하면 11이다.

2. 다음 문장의 '아하'에 여러 가지 수를 대입하여 '아하'를 구하여 보자.

'아하'와 '아하'의 $\frac{1}{7}$의 합은 24이다.



미지수를 x로 처음 나타낸 사람은 프랑스의 데카르트(Descartes, R. ; 1596~1650)이다.

탐구 활동 1에서 '아하'를 x라고 하면 등식 $3x+2=11$은 $x=3$이면 참이 되고, $x=2$이면 거짓이 된다.

이와 같이 x의 값에 따라 참이 되기도 하고, 거짓이 되기도 하는 등식을 x에 대한 **방정식**이라고 한다. 이때 문자 x를 **미지수**라 하고, 방정식을 참이 되게 하는 미지수 x의 값을 그 방정식의 **해** 또는 **근**이라고 한다. 또 방정식의 해를 구하는 것을 방정식을 푼다고 한다.

문제 1 다음 방정식 중에서 해가 2인 것을 찾아라.

㉠ $x+3=6$	㉡ $3x=9$
㉢ $2x-3=1$	㉣ $3x+1=5$

예제 01 -1, 0, 1 중에서 방정식 $3x-2=1$의 해가 되는 것을 찾아라.

풀이 $x=-1$일 때 $3\times(-1)-2=-5\neq1$

$x=0$일 때 $3\times0-2=-2\neq1$

$x=1$일 때 $3\times1-2=1=1$

따라서 방정식 $3x-2=1$은 $x=1$일 때 참이 되므로 이 방정식의 해는 $x=1$이다.

답 $x=1$

문제 2 -1, 0, 1, 2 중에서 다음 방정식의 해가 되는 것을 찾아라.

(1) $4x+1=9$ (2) $-x+3=x+5$

등식 $x+2x=3x$는 x에 어떤 값을 대입하여도 항상 참이 된다.

이와 같이 x가 어떤 값을 가지더라도 항상 참이 되는 등식을 x에 대한 **항등식**이라고 한다.

어떤 식이 항등식임을 확인할 때에는 등식의 좌변 또는 우변을 간단히 정리하여 양변의 식이 같은지를 확인한다.

문제 3 다음 등식 중에서 x에 대한 항등식을 모두 찾아라.

㉠ $3x+2=8$	㉡ $4-x=5x$
㉢ $1-(-x)=4+x-3$	㉣ $x-2=2(x-1)-x$

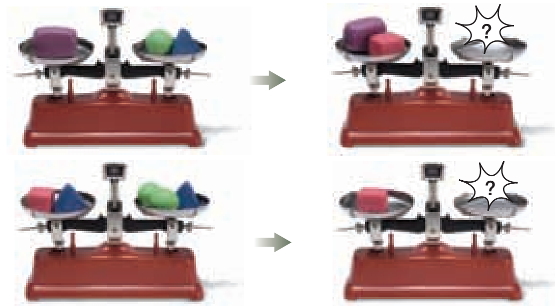
등식의 성질이란 무엇인가?



생각 열기 **정의의 여신상**

그리스 신화에 나오는 정의의 여신 디케(Dike)는 왼손에는 저울을, 오른손에는 칼을 들고 있다. 저울은 법의 형평성을 나타내며, 칼은 그 법을 엄정하게 집행하겠다는 의미이다. 우리나라의 대법원에도 대법정 출입문 위에 정의의 여신상이 있는데 오른손에는 저울을, 왼손에는 법전을 들고 앉아 있다. 또한 우리나라의 전통 의복을 입어 한국적인 모습을 보여 준다.

탐구 활동 **다음 그림을 보고 물음에 답하여 보자.**



1. 각각의 그림에서 윗접시저울이 계속 수평을 이루게 하려면 ? 에는 어떤 것을 놓아야 하는지 알아보자.

등식의 양변에 같은 수를 더하거나 등식의 양변에서 같은 수를 빼어도, 또 등식의 양변에 같은 수를 곱하거나 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다.

일반적으로 등식에는 다음과 같은 성질이 있다.

등식의 성질

$a=b$이면

(1) $a+c=b+c$: 등식의 양변에 같은 수를 더하여도 등식은 성립한다.

(2) $a-c=b-c$: 등식의 양변에서 같은 수를 빼어도 등식은 성립한다.

(3) $ac=bc$: 등식의 양변에 같은 수를 곱하여도 등식은 성립한다.

(4) $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ (단, $c\neq0$): 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다.

방정식을 풀 때에는 등식의 성질을 이용하여 주어진 방정식을

$$ax=b\ (a\neq 0)$$

의 꼴로 만들어 해를 구한다.

예제 02 등식의 성질을 이용하여 다음 방정식을 풀어라.

(1) $2x-4=2$ (2) $\frac{5}{2}x=2x+3$

풀이 (1) 양변에 4를 더하면 $2x-4+4=2+4$ ……등식의 성질 (1)

$2x=6$

양변을 2로 나누면 $\frac{2x}{2}=\frac{6}{2}$ ……등식의 성질 (4)

따라서 $x=3$이다.

(2) 양변에 2를 곱하면 $\frac{5}{2}x\times 2=(2x+3)\times 2$ ……등식의 성질 (3)

$5x=4x+6$

양변에서 $4x$를 빼면 $5x-4x=4x+6-4x$ ……등식의 성질 (2)

따라서 $x=6$이다.

답 (1) $x=3$ (2) $x=6$

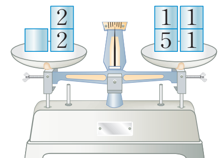
문제 4 등식의 성질을 이용하여 다음 방정식을 풀어라.

(1) $3x-5=-2$ (2) $\frac{3}{5}x+1=x-1$

일차방정식이란 무엇인가?

탐구 활동

크기와 모양이 같은 추가 각각 여러 개씩 있다. 그런데 어떤 하나의 추는 그 추에 표시된 g의 값이 지워져 몇 g짜리인지 알 수 없다. 윗접시저울의 양쪽 접시 위에 1 g, 2 g, 5 g짜리의 추들과 무게를 모르는 추 하나를 오른쪽 그림과 같이 올려놓았더니, 윗접시저울은 수평이 되었다. 다음 물음에 답하여 보자.



1. 윗접시저울을 보고, 알맞은 등식을 세워 보자.
2. 무게를 모르는 추는 몇 g짜리인가?



탐구 활동에서 무게를 모르는 추를 x g짜리라고 하면

$$x+4=8 \qquad \cdots\cdots ①$$

이다. 이 식을 풀기 위하여 식 ①의 양변에서 4를 빼면

$$x+4-4=8-4$$

$$x=8-4 \qquad \cdots\cdots ②$$

가 된다. 이때 두 등식 ①과 ②를 비교하면 ①의 좌변에 있던 4가 우변으로 옮겨지면서 -4가 되었음을 알 수 있다.

이와 같이 등식의 성질을 이용하여 등식의 한 변에 있는 항을 부호를 바꾸어 다른 변으로 옮기는 것을 **이항**이라고 한다.

$x+4=8$
이항
$x=8-4$

문제 5 다음 등식에서 ●로 표시한 항을 이항하여라.

(1) $2x-1=4$ (2) $7x+15=17$

(3) $-3x=x+20$ (4) $5x+3=4x-6$

방정식 $5x-4=-2x+10$의 우변에 있는 항 $-2x$, 10을 모두 좌변으로 이항하여 동류항끼리 모아서 정리하면 $7x-14=0$이 된다.

이와 같이 방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이

(일차식)$=0$

의 꼴로 나타내어지는 방정식을 미지수가 1개인 **일차방정식**이라고 한다.

문제 6 다음 중에서 일차방정식을 모두 찾아라.

㉠ $3x-4=x+5$	㉡ $2x+6=2(x+3)$	㉢ $x^2-3=x$	㉣ $x=-2x+7$

일차방정식은 어떻게 푸는가?

탐구 활동

수현이는 일차방정식 $2x+1=5$의 해를 아래와 같이 대수 타일을 이용하여 계산하였다.

x x 1 $=$ 1 1 1 1 1

$2x+1 = 5$

→ x x 1 $=$ 1 1 1 1 1

$2x = 4$

→ x $=$ 1 1

$x = 2$

다음 물음에 답하여 보자.

1. 위의 각 단계에 이용한 등식의 성질을 말하여 보자.
2. 대수 타일을 이용하여 $3x-2=7$의 해를 구하여 보자.

등식의 성질을 이용하여 등식을 변형해도 해는 같으므로 주어진 방정식에서 미지수 x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하여 일차방정식의 해를 구할 수 있다.

예제 03 일차방정식 $3x+8=x-4$를 풀어라.

풀이 주어진 식에서 x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$$3x-x=-4-8$$

양변을 간단히 하면 $2x=-12$

x의 계수 2로 양변을 나누면 $x=-6$

답 $x=-6$

주어진 방정식에 $x=-6$을 대입하면
$3\times(-6)+8=-6-4$
이므로 해는 $x=-6$이다.

문제 7 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $2x+1=4x-7$

(2) $x+10=-2x+1$

괄호가 있는 방정식을 풀 때에는 분배법칙을 이용하여 먼저 괄호를 푼다.

예제 04 일차방정식 $3(x+4)=5(x-2)$를 풀어라.

분배법칙
$a(b+c)=ab+ac$

풀이 주어진 식에서 좌변과 우변의 괄호를 각각 풀면

$$3x+12=5x-10$$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$$3x-5x=-10-12$$

양변을 간단히 하면 $-2x=-22$

x의 계수 -2로 양변을 나누면 $x=11$

답 $x=11$

주어진 방정식에 $x=11$을 대입하면
$3\times(11+4)=5\times(11-2)$
이므로 해는 $x=11$이다.

문제 8 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $3(x+1)=4x-2$ (2) $5x+3(12-x)=50$

계수가 소수인 일차방정식은 양변에 10, 100, 1000, … 중에서 알맞은 수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 풀면 편리하다.

예제 05 일차방정식 $0.6x-1.5=0.4x-0.3$을 풀어라.

풀이 주어진 식의 양변에 10을 곱하면

$$6x-15=4x-3$$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$$6x-4x=-3+15$$

양변을 간단히 하면 $2x=12$

x의 계수 2로 양변을 나누면 $x=6$

답 $x=6$

주어진 방정식에 $x=6$을 대입하면
$0.6\times6-1.5=0.4\times6-0.3$
이므로 해는 $x=6$이다.

문제 9 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $0.5x-0.2=0.4(x-1)$ (2) $0.21x-1.8=0.16x+0.2$

사고력 기르기

추론
의사소통
▶문제 해결

수영이는 일차방정식 $14-0.4x=0.3x$를 오른쪽과 같이 풀었다. 잘못된 부분을 찾고, 올바른 해를 구하여 보자.

양변에 10을 곱하면 $14-4x=3x$
14와 $3x$를 각각 이항하면 $-4x-3x=-14$
$-7x=-14$
양변을 -7로 나누면 $x=2$

계수가 분수인 일차방정식은 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 풀면 편리하다.

예제 06 일차방정식 $\frac{1}{4}x-2=\frac{x-7}{6}$을 풀어라.

풀이 주어진 식의 양변에 분모 4와 6의 최소공배수인 12를 곱하면

$$3x-24=2x-14$$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$$3x-2x=-14+24,\ x=10$$

답 $x=10$

주어진 방정식에 $x=10$을 대입하면

$\frac{1}{4}\times 10-2=\frac{10-7}{6}$

이므로 해는 $x=10$이다.

문제 10 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $\frac{1}{2}x-7=8-x$

(2) $\frac{1}{3}x-6=\frac{3}{2}x+1$

이상에서 배운 일차방정식의 풀이 방법을 정리하면 다음과 같다.

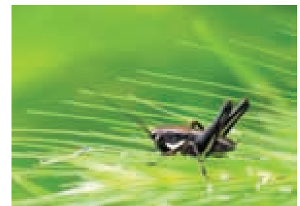
일차방정식의 풀이 방법

1. 계수에 소수나 분수가 있으면 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고친다.
2. 괄호가 있으면 괄호를 푼다.
3. 미지수 x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항한다.
4. 양변을 간단히 하여 $ax=b(a\neq 0)$의 꼴로 고친다.
5. x의 계수로 양변을 나눈다.

단원 과제

앞의 단원 과제에 대하여 다음을 해결하여 보자.

어느 귀뚜라미가 1분 동안 우는 횟수는 기온이 x ℃일 때 $\left(\frac{36}{5}x-32\right)$회라고 한다. 이 귀뚜라미가 1분 동안 112회 울었다고 할 때, 그때의 기온을 구하여라.



02 일차함수의 뜻과 그래프

- 일차함수의 뜻을 안다.
- 순서쌍과 좌표를 이해하고, 일차함수의 그래프를 그릴 수 있다.

일차함수란 무엇인가?

생각 열기

전력량과 정전

우리나라는 미국 등 다른 선진국에 비해 정전이 발생하는 경우가 적다고 한다. 특히 2011년 9월 지역별 순환 정전 사태와 같은 수백만 가구의 대규모 정전 사태는 사실상 처음 있는 일이기 때문에 많은 사람들에게 혼란을 가져다 주었다. 이 정전은 이례적인 9월의 무더위에 냉방 장치의 사용량이 증가하면서 예상한 전기의 수요량을 초과하여 발생한 것이라고 한다.



탐구 활동

일반적으로 에어컨의 소비 전력은 평균 1.6 kW이고, 에어컨에 사용되는 전력량을 제외한 가구당 한 달 평균 전력량은 90 kWh라고 한다.
전력량(kWh)=소비 전력(kW)×시간(h)이라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1. 에어컨 사용 시간에 따른 전력량을 나타낸 다음 표를 완성하여 보자.

시간(h)	0	1	2	3	4
전력량(kWh)					

2. 에어컨을 5시간 동안 사용하였을 때의 전력량은 몇 kWh인가?

3. 한 달 동안 에어컨을 x시간 사용하였을 때, 한 가구의 월 평균 총 전력량을 y kWh라고 하면 y는 x의 함수인가?

탐구 활동에서 에어컨의 소비 전력은 평균 1.6 kW이므로 x시간 동안 사용한 에어컨의 전력량은 $1.6x$ kWh이고, 에어컨에 사용되는 전력량을 제외한 가구당 월 평균 전력량은 90 kWh이므로 x와 y 사이의 관계식은

$$y=1.6x+90$$

으로 나타낼 수 있다. 이때 y는 x에 관한 일차식이 된다.

변수와 달리 일정한 값을 가지는 수나 문자를 상수라고 한다.

관계식 $y=1.6x+90$에서 x는 1, 2, 3, 4, 5, …와 같이 여러 가지 값을 가질 수 있고, y도 x의 값이 변함에 따라 여러 가지 값을 가지게 된다. 이러한 x, y와 같이 변하는 여러 가지 값을 가지는 문자를 변수라고 한다.

또 두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 정해지면 y의 값도 단 하나로 정해지는 관계가 있을 때, y는 x의 함수라 하고, 이것을 기호로

$$y=f(x)$$

와 같이 나타낸다.

일반적으로 함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 관한 일차식

$$y=ax+b\ (a\neq0,\ a,\ b\text{는 상수})$$

로 나타날 때, 이 함수 $y=f(x)$를 **일차함수**라고 한다.

일차함수의 x와 y값의 범위가 주어지지 않았을 때에는 x와 y의 값은 실수 전체로 한다.

보기 $y=-3x+2$, $y=\frac{2}{3}x$, $y=x-7$은 y가 x에 관한 일차식으로 나타내어지는 함수이므로 모두 일차함수이다.

문제 1 다음 중에서 일차함수를 모두 찾아라.

㉠ $y=2x-2$	㉡ $y=3x^2-5x-1$	㉢ $y=3$
㉣ $y=\frac{6}{x}+2$	㉤ $y=\frac{4}{5}x$	㉥ $y=5-2x$

문제 2 다음에서 y를 x에 관한 식으로 나타내고, 일차함수인 것을 모두 찾아라.

(1) 하루 중에서 낮의 길이가 x시간일 때, 밤의 길이는 y시간이다.

(2) 넓이가 10 cm^2인 삼각형의 밑변의 길이는 x cm, 높이는 y cm이다.

(3) 시속 4 km로 걸어서 x시간 동안 간 거리는 y km이다.

앞의 탐구 활동에서 얻은 일차함수 $y=1.6x+90$에서 $f(x)=1.6x+90$이므로 x에 1, 2, 3을 각각 대입하면

$f(1)=1.6\times1+90=91.6$, $f(2)=1.6\times2+90=93.2$, $f(3)=1.6\times3+90=94.8$

이다.

이때 $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$의 값을 각각 $x=1$, 2, 3에서의 일차함수 $f(x)=1.6x+90$의 함숫값이라고 한다.

일반적으로 x의 값에 대응하는 함숫값을 기호로

$$f(x)$$

와 같이 나타낸다.

예제 01 일차함수 $f(x)=2x$에 대하여 다음 함숫값을 구하여라.

(1) $f(-1)$ (2) $f(0)$ (3) $f(1)$

풀이 (1) $f(-1)=2\times(-1)=-2$

(2) $f(0)=2\times0=0$

(3) $f(1)=2\times1=2$

답 (1) -2 (2) 0 (3) 2

문제 3 일차함수 $f(x)=1-3x$에 대하여 다음 함숫값을 구하여라.

(1) $f(-2)$ (2) $f(-1)$

(3) $f(0)$ (4) $f\left(\frac{1}{3}\right)$

실생활

문제 4 어느 욕조에 물을 받을 때, 물의 높이는 1분 동안에 3 cm씩 높아진다고 하자. 물을 받는 시간을 x분, 물의 높이를 y cm라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $y=f(x)$일 때, $f(x)$를 구하여라.

(2) $f(5)$, $f(10)$의 값을 각각 구하여라.

창의 up

오른쪽 그림과 같은 방법으로 똑같은 크기의 종이컵을 포갤 때, 다음 물음에 답하여라.



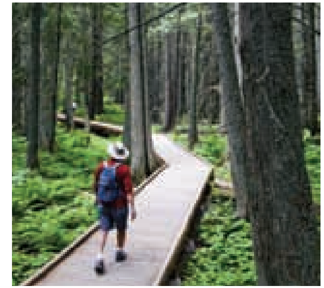
(1) 종이컵 한 개의 높이는 73 mm이고, 종이컵 2개, 3개를 포개어 놓았을 때의 높이는 각각 79 mm, 85 mm일 때, 종이컵의 개수와 포개어 놓은 종이컵의 높이 사이의 관계식을 구하여라.

(2) 종이컵 10개를 포개어 놓았을 때의 높이를 구하여라.

수직선 위의 점은 어떻게 나타내는가?

생각 열기

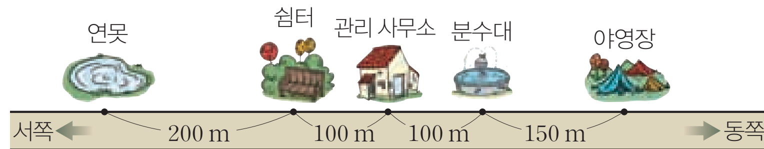
휴양림



나무가 울창한 숲에 가면 마음이 편안하고 상쾌해진다. 이는 나무가 뿜어내는 피톤치드라는 물질이 스트레스를 풀어줄 뿐만 아니라 심폐 기능과 면역력을 높여 피로에 지친 심신의 활력을 되찾는 데 도움을 주기 때문이다. 그래서 사람들은 나무가 무성한 휴양림을 많이 찾는다.

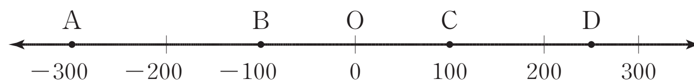
탐구 활동

준서네 가족은 가까운 휴양림으로 소풍을 갔다. 휴양림의 안내도에는 다음과 같이 관리 사무소를 기준으로 동쪽으로는 분수대와 야영장, 서쪽으로는 쉼터와 연못이 표시되어 있었다. 물음에 답하여 보자.



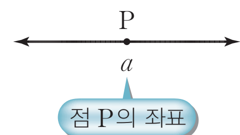
1. 관리 사무소로부터 안내도에 표시된 각 지점까지의 거리를 말하여 보자.
2. 관리 사무소로부터 같은 거리에 있는 쉼터와 분수대의 위치를 구별하여 나타내는 방법을 말하여 보자.

탐구 활동에서 연못, 쉼터, 관리 사무소, 분수대, 야영장을 각각 점 A, B, O, C, D라 하고, 점 O를 기준으로 동쪽을 $+$, 서쪽을 $-$로 하여 이 점들을 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



여기서 수직선 위의 네 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 각각 -300, -100, 100, 250임을 알 수 있다.

이와 같이 수직선 위의 점에 대응하는 수를 그 점의 **좌표**라고 하며, 좌표가 a인 점 P를 기호로 $\mathrm{P}(a)$와 같이 나타낸다.



보기 위의 수직선에서 네 점 A, B, C, D의 좌표를 각각 기호로 나타내면

$$\mathrm{A}(-300),\ \ \mathrm{B}(-100),\ \ \mathrm{C}(100),\ \ \mathrm{D}(250)$$

문제 5 다음 수직선 위의 세 점 A, B, C의 좌표를 각각 기호로 나타내어라.



좌표평면 위의 점은 어떻게 나타내는가?

생각 열기

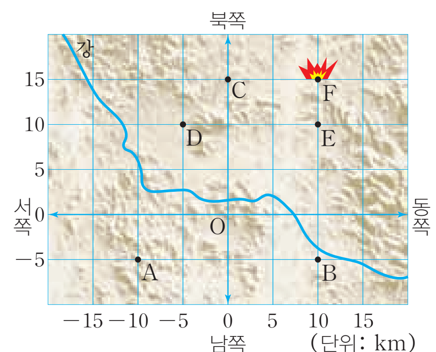
국립 공원



우리나라의 한라산과 지리산, 미국의 그랜드 캐니언, 일본의 후지 산, 중국의 장자제 등 세계 각지에는 경관이 좋은 곳들이 많다. 각 나라에서는 이들을 국립 공원으로 지정하여 고유의 자연환경은 물론 그곳에 사는 야생 동물들을 보호하고, 관광지로 이용함으로써 경제적인 이익도 취하고 있다.

탐구 활동

오른쪽 그림은 어느 국립 공원의 지도이다. 이 지도에서 O는 관리 사무소를 나타내고, A, B, C, D, E는 산불 감시소를 나타내며, F는 산불이 발생한 지점을 나타낸다. 또 지도에 표시된 수는 관리 사무소를 기준으로 동쪽과 북쪽은 양수로, 서쪽과 남쪽은 음수로 나타낸 거리이다. 다음 물음에 답하여 보자.



1. O를 기준으로 동쪽으로 10, 북쪽으로 10인 위치에 있는 산불 감시소는 어디인가?
2. O를 기준으로 C의 위치를 말하여 보자.
3. F에서 산불이 난 것을 E에서 발견하고 관리 사무소에 연락하려고 한다. 이때 O를 기준으로 F의 위치를 어떻게 말하면 좋겠는가?

탐구 활동에서 관리 사무소 O를 기준으로 하여 산불이 난 지점 F의 위치를 (동·서의 위치, 남·북의 위치)로 표현하면 (10, 15)와 같은 두 수의 쌍으로 나타낼 수 있다. 같은 방법으로 산불 감시소 A의 위치는 (−10, −5)로 나타낼 수 있다.

한편 수의 쌍 $(10,\ -5)$는 관리 사무소 O를 기준으로 동쪽으로 10 km, 남쪽으로 5 km 지점인 산불 감시소 B의 위치를 나타내지만, 수의 쌍 $(-5,\ 10)$은 서쪽으로 5 km, 북쪽으로 10 km 지점인 산불 감시소 D의 위치를 나타낸다.

즉, 수의 쌍 $(10,\ -5)$와 $(-5,\ 10)$은 서로 다른 위치를 나타낸다.

이와 같이 순서를 정하여 나타낸 두 수의 쌍을 **순서쌍**이라고 한다.

순서쌍으로 나타낼 때에는 순서에 주의한다.

예제 02 a의 값은 1 또는 2, b의 값은 5 또는 6인 두 수 a, b에 대하여 순서쌍 $(a,\ b)$를 모두 구하여라.

풀이 a의 값은 1 또는 2, b의 값은 5 또는 6이므로 순서쌍 $(a,\ b)$를 모두 구하면

$$(1,\ 5),\ (1,\ 6),\ (2,\ 5),\ (2,\ 6)$$

답 $(1,\ 5),\ (1,\ 6),\ (2,\ 5),\ (2,\ 6)$

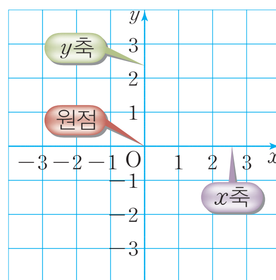
문제 6 x의 값은 a, b 또는 c이고, y의 값은 1 또는 3일 때, 다음 순서쌍을 모두 구하여라.

(1) $(x,\ y)$ (2) $(y,\ x)$

이제 평면 위의 점의 위치를 순서쌍을 사용하여 나타내는 방법에 대하여 알아보자.

오른쪽 그림과 같이 두 수직선을 점 O에서 서로 수직으로 만나게 그린다.

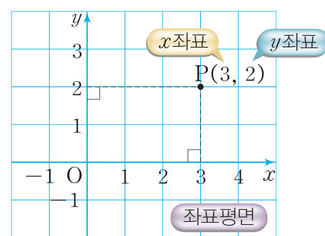
이때 가로의 수직선을 ***x*축**, 세로의 수직선을 ***y*축**이라 하고, 두 축을 통틀어 **좌표축**이라고 한다. 또 두 좌표축이 만나는 점 O를 **원점**이라고 한다.



오른쪽 그림과 같은 평면 위의 점 P에서 x축, y축에 내린 수선이 x축, y축과 만나는 점의 좌표는 각각 3, 2이다. 이때 3과 2를 짝지은 순서쌍 $(3,\ 2)$를 점 P의 좌표라고 하며, 좌표가 $(3,\ 2)$인 점 P를 기호로

$$\mathrm{P}(3,\ 2)$$

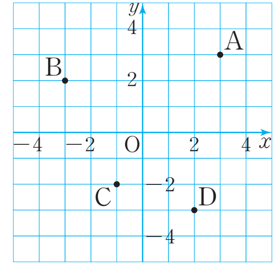
와 같이 나타낸다. 이때 3을 점 P의 ***x*좌표**, 2를 점 P의 ***y*좌표**라고 한다.



원점 O의 좌표는 $(0,\ 0)$이다.

이와 같이 평면 위의 모든 점의 위치는 순서쌍, 즉 좌표로 나타낼 수 있는데 이러한 평면을 **좌표평면**이라고 한다.

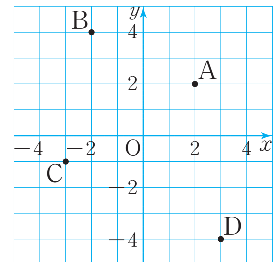
예제 03 오른쪽 좌표평면에서 점 A, B, C, D의 좌표를 각각 구하여라.



풀이 점 A의 x좌표는 3, y좌표는 3이므로 A(3, 3)
점 B의 x좌표는 -3, y좌표는 2이므로 B(-3, 2)
점 C의 x좌표는 -1, y좌표는 -2이므로 C(-1, -2)
점 D의 x좌표는 2, y좌표는 -3이므로 D(2, -3)

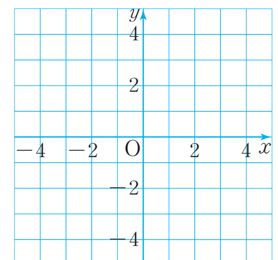
답 A(3, 3), B(-3, 2), C(-1, -2), D(2, -3)

문제 7 오른쪽 좌표평면에서 점 A, B, C, D의 좌표를 각각 구하여라.



문제 8 다음 각 점을 오른쪽 좌표평면 위에 나타내어라.

(1) A(1, 2) (2) B(2, -3)
(3) C(-3, 4) (4) D(-1, -1)
(5) E(-4, 0) (6) F(0, 0)



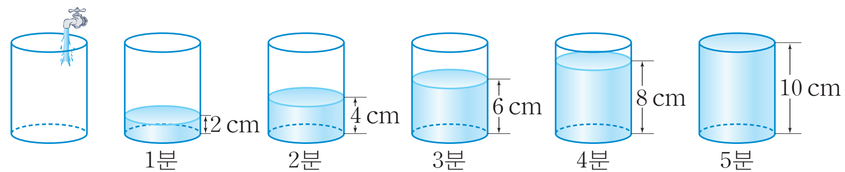
함수의 그래프란 무엇인가?

생각 열기 **물의 소중함**

사람의 몸은 약 70 %의 수분으로 구성되어 있다. 충분한 물을 섭취하는 것은 여러 가지 질병을 예방하고 우리 몸 안의 독소와 노폐물을 배출하는 데 도움이 된다. 또한 피부의 탄력과 신체의 균형을 유지시켜 주므로 우리에게 물은 없어서는 안 될 소중한 것이다.



탐구 활동 **세리는 수도꼭지에서 항상 일정한 양의 물이 흘러나오게 하여 물통에 물을 채우고 있다. 이때 물통에 들어 있는 물의 높이를 1분마다 재어 보았더니 다음 그림과 같았다. 물음에 답하여 보자.**



1. 물을 받는 시간에 따라 물의 높이를 나타낸 다음 표를 완성하여 보자.

물을 받는 시간(분)	0	1	2	3	4	5
물의 높이(cm)						

2. 물을 받는 시간을 x분, 물의 높이를 y cm라고 할 때, x와 y 사이의 관계식을 구하여 보자.

탐구 활동에서 x의 값이 하나 정해지면 그에 따라 y의 값이 하나씩 정해지므로 y는 x의 함수이고, 그 관계식은 $y=2x$임을 알 수 있다.

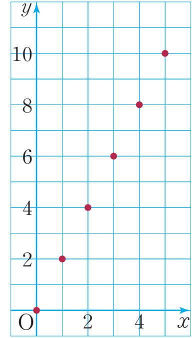
여기서 x의 값을 0, 1, 2, 3, 4, 5라 하고, 각 x의 값에 대한 함숫값 y를 구하여 순서쌍 $(x,\ y)$로 나타내면

$$(0,\ 0),\ (1,\ 2),\ (2,\ 4),\ (3,\ 6),\ (4,\ 8),\ (5,\ 10)$$

이다.

이때 이들 순서쌍을 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

이와 같이 함수 $y=f(x)$에서 각 x의 값을 x좌표로 하고, x의 값에 대한 함숫값 y를 y좌표로 하는 순서쌍 $(x,\ y)$를 모두 좌표평면 위에 나타낸 것을 그 **함수의 그래프**라고 한다.



예제 04 함수 $y=-x$에서 x의 값이 $-2,\ -1,\ 0,\ 1$일 때, 그 그래프를 그려라.

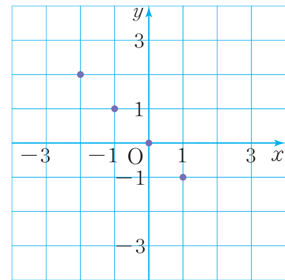
풀이 각 x의 값에 대한 함숫값 y를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	-1	0	1
y	2	1	0	-1

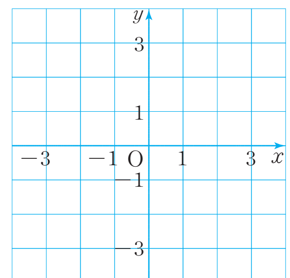
이것을 순서쌍 (x, y)로 나타내면

$$(-2, 2),\ (-1, 1),\ (0, 0),\ (1, -1)$$

이므로 이 순서쌍을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



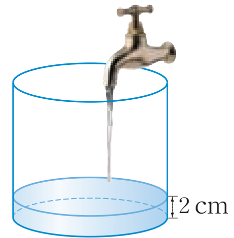
문제 9 함수 $y=-\frac{1}{2}x$에서 x의 값이 $-4,\ -2,\ 0,\ 2,\ 4$일 때, 오른쪽 좌표평면 위에 그 그래프를 그려라.



일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 어떻게 그리는가?

탐구 활동

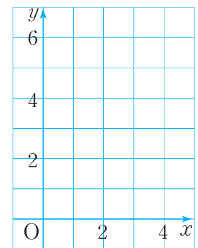
밑면으로부터 2 cm 높이까지 물이 들어 있는 물통에 수도꼭지에서 항상 일정한 양의 물이 흘러나오게 하여 물의 높이가 1분에 1 cm씩 높아지도록 물을 채우고 있다. 물을 받는 시간을 x분, 물통에 들어 있는 물의 높이를 y cm라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.



1. 다음 표를 완성하고, y를 x에 관한 식으로 나타내어 보자.

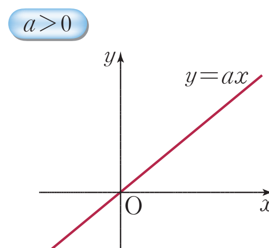
x(분)	0	1	2	3	4
y(cm)					

2. 1에서 얻어지는 순서쌍 (x, y)를 좌표로 하는 점을 오른쪽 좌표평면 위에 나타내어 보자.

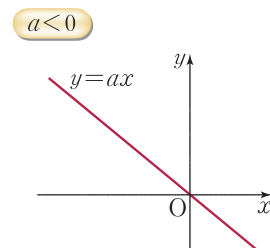


우리는 x값의 범위가 수 전체인 일차함수 $y=ax\,(a\neq0)$의 그래프는 다음과 같이 원점을 지나는 직선임을 배웠다.

$a>0$



$a<0$

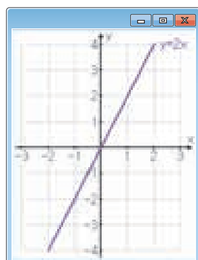


이제 일차함수 $y=2x+3$의 그래프를 그려 보자.

일차함수 $y=2x$와 $y=2x+3$에서 x의 여러 가지 값에 대한 y의 값을 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

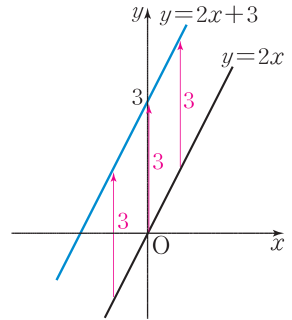
x	$\cdots$	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
$2x$	$\cdots$	-4	-2	0	2	4	6	$\cdots$
		$+3$	$+3$	$+3$	$+3$	$+3$	$+3$	
$2x+3$	$\cdots$	-1	1	3	5	7	9	$\cdots$

다음은 컴퓨터를 이용하여 일차함수 $y=2x$의 그래프를 그린 것이다.



앞의 표에서 $2x+3$의 값은 항상 $2x$의 값보다 3만큼 크다는 것을 알 수 있다.

따라서 일차함수 $y=2x+3$의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프 위에 있는 각 점을 3만큼 위로 이동하면 얻을 수 있다. 즉, 일차함수 $y=2x+3$의 그래프는 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행하게 이동한 직선과 같음을 알 수 있다.



이와 같이 어떤 도형을 일정한 방향으로 일정한 거리만큼 옮기는 것을 **평행이동**이라고 한다.

문제 10 다음 일차함수의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 말하여라.

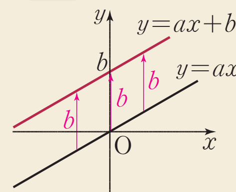
(1) $y=2x+5$ (2) $y=2x-3$

일반적으로 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에 대하여 다음을 알 수 있다.

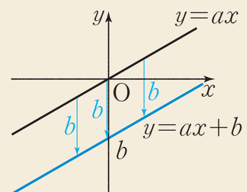
일차함수 $y=ax+b$의 그래프

일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 일차함수 $y=ax$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 직선이다.

$b>0$



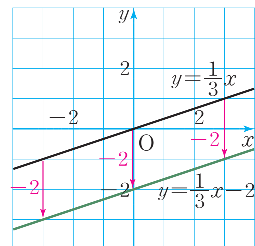
$b<0$



예제 05 일차함수 $y=\frac{1}{3}x-2$의 그래프를 그려라.

풀이 일차함수 $y=\frac{1}{3}x-2$의 그래프는 일차함수 $y=\frac{1}{3}x$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

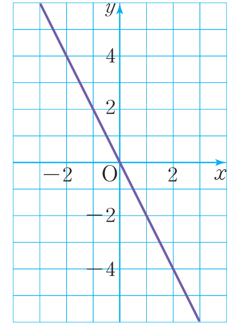
따라서 일차함수 $y=\frac{1}{3}x-2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



문제 11 오른쪽 그림은 일차함수 $y=-2x$의 그래프이다. 이 그래프를 이용하여 다음 일차함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=-2x+4$

(2) $y=-2x-4$



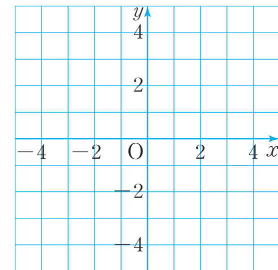
발전

문제 12 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면 점 $(-1,\ 1)$을 지난다. 이때 b의 값을 구하여라.

x절편과 y절편이란 무엇인가?

탐구 활동

다음 각 점을 오른쪽 좌표평면 위에 나타내고, 물음에 답하여 보자.



A(2, 3), B(0, 3), C(−4, 1), D(−3, 0), E(4, 0), F(0, −1), G(1, −3), H(−3, −3)

1. x축 위에 있는 점을 모두 말하여 보자.

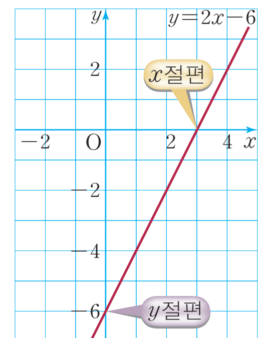
2. y축 위에 있는 점을 모두 말하여 보자.

3. x축 또는 y축 위에 있는 점은 각각 어떤 특징이 있는지 말하여 보자.

일차함수 $y=2x-6$의 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.

이 그래프가 x축과 만나는 점의 좌표는 $(3,\ 0)$이고, 이 점의 x좌표는 3이다. 또 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ -6)$이고, 이 점의 y좌표는 -6이다.

이와 같이 좌표평면 위에서 일차함수의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표를 이 그래프의 **x절편**, y축과 만나는 점의 y좌표를 이 그래프의 **y절편**이라고 한다.



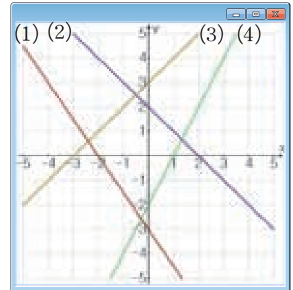
이를테면 앞의 그림에서 일차함수

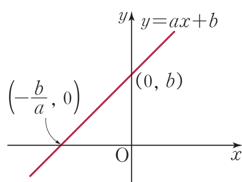
$$y=2x-6$$

의 그래프의 x절편은 3이고, y절편은 -6이다.

문제 13 오른쪽 그림은 일차함수의 그래프를 컴퓨터로 그린 것이다. 그래프 (1)~(4)의 x절편과 y절편을 각각 구하여라.

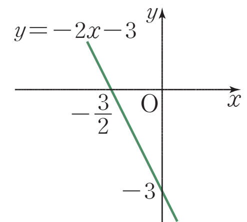
● 그래프와 x축과의 교점의 x좌표가 x절편이고, y축과의 교점의 y좌표가 y절편이다.





일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 x축과 만나는 점의 y좌표는 0이므로 $0=ax+b$에서 x절편은 $-\dfrac{b}{a}$이다. 또 이 함수의 그래프가 y축과 만나는 점의 x좌표는 0이므로 $y=a\times0+b$에서 y절편은 b이다.

예제 06 일차함수 $y=-2x-3$의 그래프의 x절편과 y절편을 각각 구하여라.



풀이 $y=-2x-3$에 $y=0$을 대입하면

$$0=-2x-3,\ x=-\frac{3}{2}$$

$y=-2x-3$에 $x=0$을 대입하면

$$y=-2\times0-3,\ y=-3$$

따라서 이 그래프의 x절편은 $-\dfrac{3}{2}$이고, y절편은 -3이다.

답 x절편: $-\dfrac{3}{2}$, y절편: -3

문제 14 다음 일차함수의 그래프의 x절편과 y절편을 각각 구하여라.

(1) $y=-4x+2$ (2) $y=6x-4$

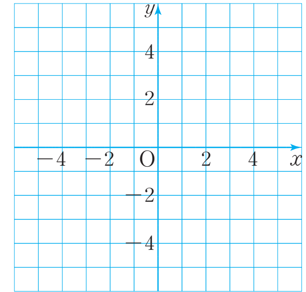
(3) $y=-3x$ (4) $y=\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{4}$

두 점을 이용하여 일차함수의 그래프는 어떻게 그리는가?

탐구 활동

일차함수 $y=2x-1$에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1. 일차함수 $y=2x-1$을 만족시키는 순서쌍 (x, y)를 두 개 찾아 오른쪽 좌표평면 위에 나타내어 보자.
2. 1에서 좌표평면 위에 나타낸 두 점을 직선으로 이어 보자.



일차함수의 그래프는 직선이고, 서로 다른 두 점을 지나는 직선은 오직 하나뿐이다. 따라서 일차함수의 그래프를 그릴 때, 그 그래프가 지나는 서로 다른 두 점을 알면 일차함수의 그래프를 쉽게 그릴 수 있다.

일차함수 $y=2x-1$에서

$$x=1\text{일 때}\quad y=1$$

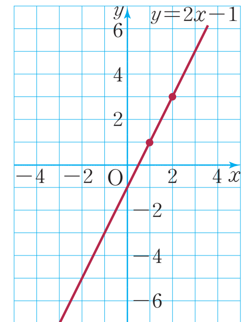
$$x=2\text{일 때}\quad y=3$$

이므로 이 일차함수의 그래프는 두 점

$$(1,\ 1),\ (2,\ 3)$$

을 지난다.

따라서 일차함수 $y=2x-1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 두 점 $(1,\ 1)$, $(2,\ 3)$을 지나는 직선이다.

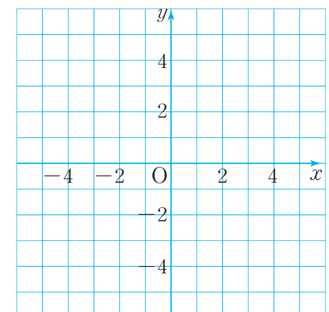


x에 1, 2 이외의 다른 값을 대입하여 y의 값을 구해서 그려도 같은 그래프가 그려진다.

문제 15 다음 일차함수의 그래프 위에 있는 적당한 두 점을 이용하여 오른쪽 좌표평면 위에 그래프를 그려라.

(1) $y=-2x+1$

(2) $y=x-3$



일차함수의 그래프에서 x절편과 y절편을 알면 일차함수의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 알 수 있으므로 그 그래프를 쉽게 그릴 수 있다.

이제 일차함수의 그래프를 x절편과 y절편을 이용하여 그려 보자.

예제 07 일차함수 $y=x+3$의 그래프를 x절편과 y절편을 이용하여 그려라.

풀이 $y=x+3$에 $y=0$을 대입하면

$$0=x+3,\ x=-3$$

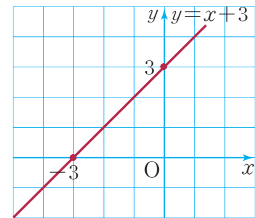
$y=x+3$에 $x=0$을 대입하면

$$y=0+3,\ y=3$$

따라서 x절편은 -3이고, y절편은 3이므로 이 일차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 두 점

$$(-3,\ 0),\ (0,\ 3)$$

을 지나는 직선이다.



문제 16 다음 일차함수의 그래프를 x절편과 y절편을 이용하여 오른쪽 좌표평면 위에 그려라.

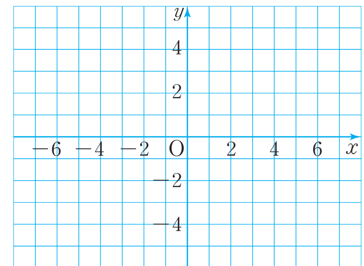
● $y=0$을 대입하여 구한 x의 값이 x절편이고, $x=0$을 대입하여 구한 y의 값이 y절편이다.

(1) $y=-\dfrac{2}{3}x-2$

(2) $y=-2x+2$

(3) $y=\dfrac{3}{2}x-3$

(4) $y=-\dfrac{1}{2}x+3$



사고력 기르기

추론

▶ 의사소통

문제 해결

x절편이 0이고 y절편이 0인 일차함수의 그래프를 각자 그려 보고, 친구들과 비교하여 보자. 또 x절편, y절편 중에서 하나만 주어진 경우 일차함수의 그래프를 오직 한 개만 그릴 수 있는지 토의하여 보자.

일차함수의 그래프의 기울기란 무엇인가?

생각 열기

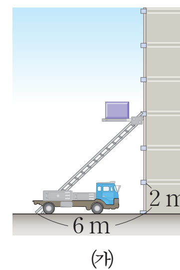
사다리차



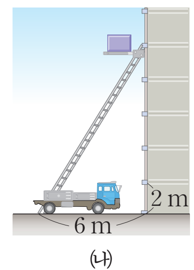
고층 건물에 화재가 발생하거나 이사를 할 때 이용하는 사다리차는 경사가 급하여 항상 안전에 유의하여야 한다. 이때 '경사가 급하다' 라는 표현은 경사도가 크다는 것을 말하고, 경사도는 $(\text{경사도})=\dfrac{(\text{수직 거리})}{(\text{수평 거리})}$로 나타낸다.

탐구 활동

오른쪽 그림과 같이 사다리의 밑부분에서 아파트까지의 거리가 6 m이고 한층의 높이가 2 m일 때, 물음에 답하여 보자.

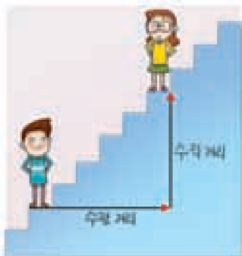


(가)



(나)

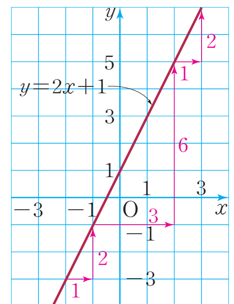
1. 그림 (가)와 (나)에서 사다리의 경사도를 각각 구하여 보자.
2. 작업하는 곳의 층수가 높아질수록 경사도는 어떻게 변하는지 말하여 보자.



일차함수 $y=2x+1$에서 x의 값에 대한 y의 값을 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
y	$\cdots$	-5	-3	-1	1	3	5	7	$\cdots$

(x의 값은 1씩, -1에서 2까지는 3 증가; y의 값은 2씩, -1에서 5까지는 6 증가)



위의 표에서 x의 값이 1씩 증가하면 y의 값은 2씩 증가함을 알 수 있다. 또 x의 값이 -1에서 2까지 3만큼 증가하면 y의 값은 -1에서 5까지 6만큼 증가함을 알 수 있다.

이때 x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율은

$$\frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}=\frac{5-(-1)}{2-(-1)}=\frac{6}{3}=2$$

이다.

이와 같이 일차함수 $y=2x+1$에서 x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율은 항상 2로 일정하고, 이 비율은 $y=2x+1$의 x의 계수와 같음을 알 수 있다.

예제 08 일차함수 $y=3x-1$에 대하여 x의 값이 1에서 5까지 증가할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) y값의 증가량을 구하여라.

(2) x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율을 구하여라.

(3) (2)에서 구한 비율과 일차함수 $y=3x-1$에서 x의 계수를 비교하여라.

풀이 (1) x의 값이 1일 때 y의 값은 2이고, x의 값이 5일 때 y의 값은 14이므로 y값의 증가량은

$$14-2=12$$

(2) x값의 증가량은 $5-1=4$이므로

$$\frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}=\frac{12}{4}=3$$

(3) (2)에서 구한 비율 3은 일차함수 $y=3x-1$에서 x의 계수 3과 같다.

답 (1) 12 (2) 3 (3) 같다.

문제 17 일차함수 $y=-3x+1$에 대하여 x의 값이 -2에서 3까지 증가할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) y값의 증가량을 구하여라.

(2) x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율을 구하여라.

(3) (2)에서 구한 비율과 일차함수 $y=-3x+1$에서 x의 계수를 비교하여라.

일반적으로 일차함수 $y=ax+b$에서 x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율은 항상 일정하고, 그 비율은 x의 계수인 a와 같다. 이때 이 증가량의 비율 a를 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 **기울기**라고 한다.

$y=ax+b$
기울기 (a)

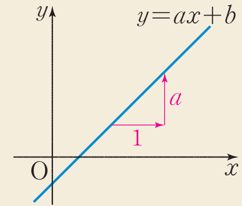
이상을 정리하면 다음과 같다.

일차함수 $y=ax+b$와 $y=ax$의 그래프의 기울기는 모두 a로 같다.

일차함수의 그래프의 기울기

일차함수 $y=ax+b$에서

$$(\text{기울기})=\frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}=a$$



문제 18 다음 일차함수의 그래프의 기울기를 말하여라.

(1) $y=-2x+5$

(2) $y=\frac{1}{2}x+3$

(3) $y=-x-3$

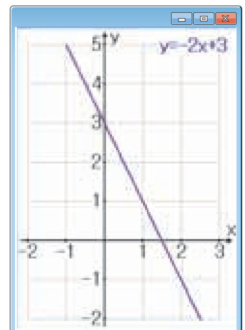
(4) $y=\frac{2}{3}x$

문제 19 일차함수 $y=ax-5$에서 x의 값이 3만큼 증가할 때, y의 값은 12만큼 감소한다고 한다. 이때 a의 값을 구하여라.

기울기와 y절편을 이용하여 일차함수의 그래프는 어떻게 그리는가?

탐구 활동

오른쪽 그림은 일차함수 $y=-2x+3$의 그래프이다. 다음 물음에 답하여 보자.



1. $x=0$일 때, y의 값을 구하여 순서쌍 (x, y)로 나타내어 보자.

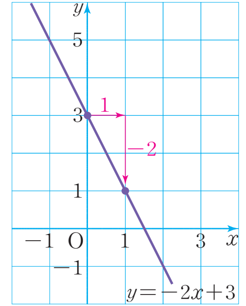
2. 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

> x의 값이 0에서 1까지 1만큼 증가할 때,
> y의 값은 □에서 □까지 □만큼 감소한다.

일차함수 $y=-2x+3$의 그래프는 y절편이 3이므로 점 $(0,\ 3)$을 지난다. 또 기울기가 -2이므로 x의 값이 1만큼 증가할 때, y의 값은 2만큼 감소한다.

따라서 $y=-2x+3$의 그래프는 점 $(0,\ 3)$에서 오른쪽으로 1만큼, 아래로 2만큼 이동한 점 $(1,\ 1)$을 지난다.

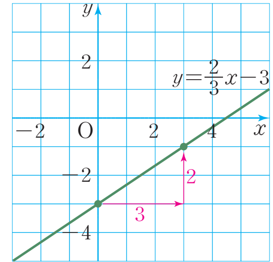
그러므로 일차함수 $y=-2x+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 두 점 $(0,\ 3)$, $(1,\ 1)$을 지나는 직선이다.



예제 09 일차함수 $y=\frac{2}{3}x-3$의 그래프를 기울기와 y절편을 이용하여 그려라.

풀이 일차함수 $y=\frac{2}{3}x-3$에서 y절편은 -3이므로 이 그래프는 점 $(0,\ -3)$을 지난다. 또 기울기가 $\frac{2}{3}$이므로 x의 값이 3만큼 증가할 때, y의 값은 2만큼 증가한다.

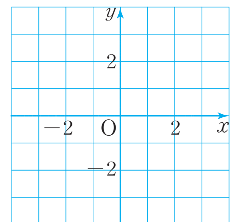
따라서 $y=\frac{2}{3}x-3$의 그래프는 두 점 $(0,\ -3)$, $(3,\ -1)$을 지나므로 오른쪽 그림과 같은 직선이다.



문제 20 다음 일차함수의 그래프를 기울기와 y절편을 이용하여 오른쪽 좌표평면 위에 그려라.

(1) $y=3x-3$

(2) $y=-3x+2$



사고력 기르기

추론
▶ 의사소통
문제 해결

일차함수 $y=ax+b(a\neq0)$의 그래프를 좌표평면 위에 나타낼 때, 기울기와 y절편의 값에 따라 그려지는 그래프에 대하여 말하여 보자.

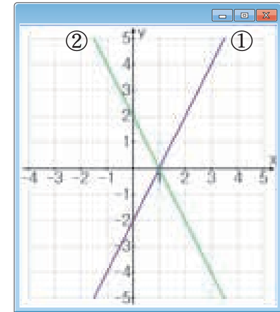
03 일차함수의 그래프의 성질

● 일차함수의 그래프의 성질을 이해한다.

기울기와 그래프 사이에는 어떤 관계가 있는가?

탐구 활동

오른쪽 그림에서 그래프 ①, ②를 보고, 다음 물음에 답하여 보자.



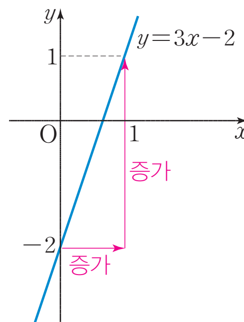
1. 다음 일차함수의 그래프를 오른쪽 그림에서 각각 찾아보자.
   (1) $y=2x-2$
   (2) $y=-2x+2$
2. x의 값이 1에서 2로 증가할 때, y의 값도 증가하는 것은 어느 것인가?
3. x의 값이 1에서 2로 증가할 때, y의 값이 감소하는 것은 어느 것인가?

일차함수 $y=3x-2$의 그래프에서 기울기 3은 양수이므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가한다.

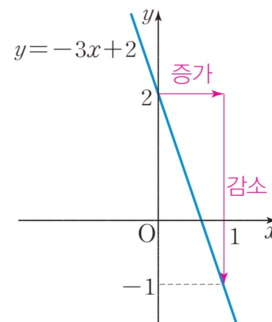
따라서 〈그림 1〉과 같이 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

또 일차함수 $y=-3x+2$의 그래프에서 기울기 -3은 음수이므로 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소한다.

따라서 〈그림 2〉와 같이 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.



〈그림 1〉



〈그림 2〉

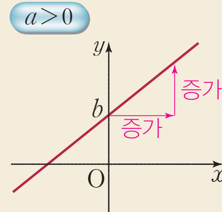
일반적으로 다음을 알 수 있다.

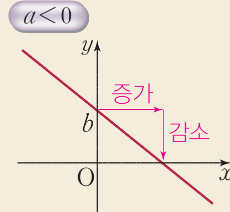
일차함수 $y=ax+b$의 그래프

일차함수 $y=ax+b$에서

(1) $a>0$이면 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

(2) $a<0$이면 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.

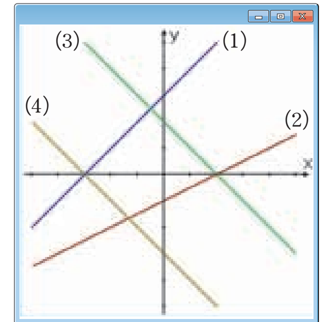




● 일차함수 $y=ax+b$에서

- $a>0$이면 x의 값이 증가할 때, y의 값도 증가한다.
- $a<0$이면 x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소한다.

문제 1 오른쪽 그림은 일차함수 $y=ax+b$의 그래프를 컴퓨터로 그린 것이다. 그래프 (1)~(4)의 기울기의 부호와 y절편의 부호를 각각 말하여라.



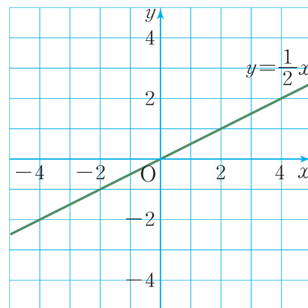
문제 2 다음 일차함수의 그래프를 오른쪽 위로 향하는 직선과 오른쪽 아래로 향하는 직선으로 구분하여라.

㉠ $y=6x-2$	㉡ $y=-2x+5$
㉢ $y=\frac{3}{4}x+3$	㉣ $y=-\frac{7}{3}x-5$

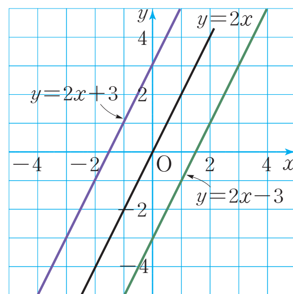
기울기가 같은 두 일차함수의 그래프 사이에는 어떤 관계가 있는가?

탐구 활동

오른쪽 그림은 일차함수 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프이다. 투명 종이를 대고 그래프를 따라 그린 후 다음 물음에 답하여 보자.



1. 투명 종이 위의 그래프를 y축의 양의 방향으로 3만큼 평행이동하여 보자.
2. 투명 종이 위의 그래프를 y축의 음의 방향으로 3만큼 평행이동하여 보자.
3. 1과 2로부터 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프와 $y=\frac{1}{2}x+b$의 그래프의 공통점과 차이점을 말하여 보자.



일차함수 $y=2x+3$의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 양의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 두 직선은 서로 평행하다.

또 일차함수 $y=2x-3$의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 음의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 두 직선은 서로 평행하다.

따라서 일차함수

$$y=2x,\ y=2x+3,\ y=2x-3$$

의 그래프는 서로 평행하고, 그 기울기는 모두 2로 같다는 것을 알 수 있다.

일반적으로 기울기와 일차함수의 그래프 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

기울기와 일차함수의 그래프

(1) 기울기가 같은 두 일차함수의 그래프는 서로 평행하거나 일치한다.
(2) 서로 평행한 두 일차함수의 그래프의 기울기는 같다.

참고 기울기와 y절편이 모두 같은 두 일차함수의 그래프는 일치하고, 기울기가 같고 y절편이 다른 두 일차함수의 그래프는 서로 평행하다.

문제 3 다음 일차함수의 그래프 중에서 서로 평행한 것을 모두 찾아라.

㉠ $y=3x-2$	㉡ $y=-5x+3$
㉢ $y=-\frac{2}{3}x+4$	㉣ $y=3x+7$
㉤ $y=-5x$	㉥ $y=-\frac{2}{3}x-6$

문제 4 두 일차함수 $y=3ax-2$, $y=12x+2$의 그래프가 서로 평행하기 위한 a의 값을 구하여라.

기울기와 한 점의 좌표를 알 때, 일차함수의 식은 어떻게 구하는가?

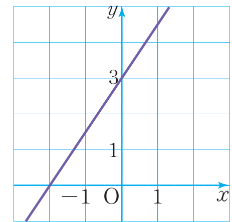
탐구 활동

오른쪽 그래프를 보고, 다음 물음에 답하여 보자.

1. y절편을 구하여 보자.

2. 기울기를 구하여 보자.

3. **1**, **2**의 결과를 이용하여 이 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여 보자.



일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 기울기가 a이고, y절편이 b인 직선이다.

따라서 직선의 기울기와 y절편을 알면 일차함수의 식을 구할 수 있다.

$y=ax+b$ (기울기: a, y절편: b)

또 기울기 a와 그래프 위의 한 점의 좌표를 알 때에도

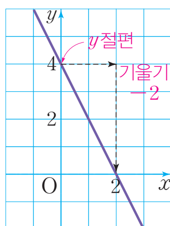
$$y=ax+b$$

의 x, y에 그 점의 좌표를 대입하여 y절편을 구할 수 있으므로 일차함수의 식을 구할 수 있다.

예제 01 다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여라.

(1) 기울기가 -2이고, y절편이 4인 직선

(2) 기울기가 2이고, 점 $(2,\ 5)$를 지나는 직선



풀이 (1) 구하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기 a는 -2이고, y절편 b는 4이다.

따라서 구하는 일차함수의 식은

$$y=-2x+4$$

(2) 구하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기가 2이므로

$$y=2x+b \qquad \cdots\cdots ①$$

그런데 이 직선은 점 $(2,\ 5)$를 지나므로 ①에 $x=2$, $y=5$를 대입하면

$$5=2\times 2+b,\ b=1$$

따라서 구하는 일차함수의 식은

$$y=2x+1$$

답 (1) $y=-2x+4$ (2) $y=2x+1$

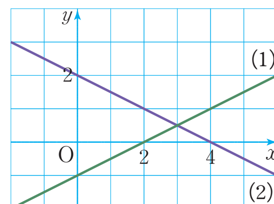
문제 5 다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여라.

(1) 기울기가 -2이고, y절편이 3인 직선

(2) 기울기가 -3이고, 원점을 지나는 직선

(3) 기울기가 $\frac{2}{3}$이고, 점 $(3,\ 3)$을 지나는 직선

발전 **문제 6** 오른쪽 그림의 직선 (1)과 (2)를 그래프로 하는 일차함수의 식을 각각 구하여라.



두 점의 좌표를 알 때, 일차함수의 식은 어떻게 구하는가?

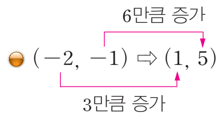
탐구 활동 두 점 $(1,\ -1)$과 $(3,\ 3)$을 지나는 직선에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1. 기울기를 구하여 보자.

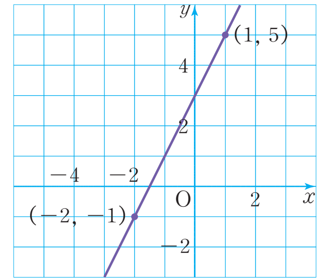
2. **1**에서 얻은 기울기를 a라 하고, 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하자. b는 어떻게 구할 수 있겠는가?

서로 다른 두 점을 지나는 직선은 하나뿐이므로 이들 두 점의 좌표를 알면 일차함수의 식을 구할 수 있다.

두 점 $(-2,\ -1)$, $(1,\ 5)$를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여 보자.



x의 값이 -2에서 1까지 3만큼 증가할 때, y의 값은 -1에서 5까지 6만큼 증가하므로 이 그래프의 기울기 a는



$$a=\frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}$$

$$=\frac{5-(-1)}{1-(-2)}=\frac{6}{3}=2$$

이다.

이때 구하는 일차함수의 식을

$$y=2x+b \qquad \cdots\cdots \text{①}$$

로 나타낼 수 있다.

그런데 이 직선은 점 $(1,\ 5)$를 지나므로 ①에 $x=1$, $y=5$를 대입하면

$$5=2\times1+b,\ b=3$$

이다.

따라서 두 점 $(-2,\ -1)$, $(1,\ 5)$를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은

$$y=2x+3$$

임을 알 수 있다.

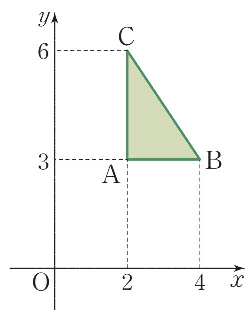
문제 7 다음 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여라.

(1) $(2,\ 2)$, $(-1,\ -4)$ (2) $(2,\ 1)$, $(-2,\ 9)$

(3) $(-1,\ 7)$, $(4,\ 2)$ (4) $(-3,\ -2)$, $(-1,\ 6)$

창의 up

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 세 점 A(2, 3), B(4, 3), C(2, 6)을 꼭짓점으로 하는 삼각형이 있다. 일차함수 $y=ax-1$의 그래프가 이 삼각형과 만나도록 하는 a값의 범위를 구하는 방법을 설명하여라.



직선의 x절편과 y절편을 알면 직선이 각각 x축, y축과 만나는 점을 알 수 있으므로 일차함수의 식을 구할 수 있다.

예제 02

x절편이 1이고, y절편이 3인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여라.

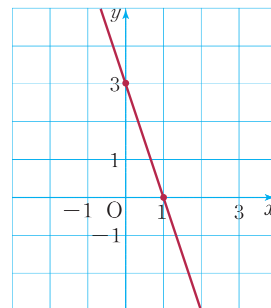
x절편이 a이고, y절편이 b인 직선은 두 점 $(a, 0)$, $(0, b)$를 지난다.

풀이 x절편이 1이고, y절편이 3이므로 이 직선은 두 점 $(1, 0)$, $(0, 3)$을 지난다.
따라서 이 직선의 기울기는

$$\frac{3-0}{0-1}=-3$$

이고, y절편은 3이므로 구하는 일차함수의 식은

$$y=-3x+3$$



답 $y=-3x+3$

문제 8 다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여라.

(1) x절편이 -4이고, y절편이 3인 직선

(2) x절편이 5이고, y절편이 -2인 직선

04 미지수가 2개인 일차방정식

● 미지수가 2개인 일차방정식과 그 해의 의미를 이해한다.

미지수가 2개인 일차방정식과 그 해란 무엇인가?



생각 열기

요구르트

요구르트는 우유를 발효시킨 식품으로 건강에 좋을 뿐만 아니라 독특한 맛을 지니고 있다. 특히 요구르트의 유산균은 음식물을 분해시켜 우리 몸에 흡수가 잘 되도록 만들어 준다.

탐구 활동

한 개에 500원 하는 딸기 요구르트 x개와 한 개에 1000원 하는 포도 요구르트 y개를 합하여 4000원어치를 샀을 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1. x와 y 사이의 관계식을 구하여 보자.
2. 딸기 요구르트를 2개, 4개, 6개 샀을 때, 포도 요구르트는 각각 몇 개씩 샀는지 오른쪽 표를 완성하여 보자.

x	2	4	6
y			

탐구 활동에서 x와 y 사이의 관계식은

$$500x+1000y=4000$$

으로 나타낼 수 있다.

이와 같이 미지수가 2개이고, 차수가 1인 방정식을 미지수가 2개인 일차방정식 또는 간단히 일차방정식이라고 한다.

일반적으로 미지수가 x, y의 2개인 일차방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$ax+by+c=0\ (a,\ b,\ c\text{는 상수},\ a\neq 0,\ b\neq 0)$$

문제 1 다음 중에서 미지수가 2개인 일차방정식을 모두 찾아라.

ㄱ $4x-y=0$　　ㄴ $3x+4-2=0$
ㄷ $y=6x+5$　　ㄹ $2x+7y=7(y-3)$

일차방정식 $2x+y=7$을 참이 되게 하는 자연수 x, y의 값을 구하여 보자.

일차방정식 $2x+y=7$의 x에 자연수 1, 2, 3, …을 차례로 대입하여 y의 값을 구하면 다음 표와 같다.

x	1	2	3	4	5	…
y	5	3	1	-1	-3	…

그런데 y의 값도 자연수이므로 일차방정식 $2x+y=7$을 참이 되게 하는 자연수의 순서쌍 $(x,\ y)$를 구하면 $(1,\ 5)$, $(2,\ 3)$, $(3,\ 1)$이다.

이와 같이 미지수가 x, y인 일차방정식을 참이 되게 하는 x, y의 값 또는 그 순서쌍 $(x,\ y)$를 이 방정식의 해라 하고, 해를 모두 구하는 것을 방정식을 푼다고 한다.

예제 01 x, y가 자연수일 때, 일차방정식 $3x+y=12$를 풀어라.

풀이 일차방정식 $3x+y=12$의 x에 자연수 1, 2, 3, …을 차례로 대입하여 y의 값을 구하면 다음 표와 같다.

x	1	2	3	4	5	…
y	9	6	3	0	-3	…

그런데 y의 값도 자연수이므로 구하는 해는 $(1,\ 9)$, $(2,\ 6)$, $(3,\ 3)$이다.

답 $(1,\ 9)$, $(2,\ 6)$, $(3,\ 3)$

문제 2 x, y가 자연수일 때, 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $x+y=5$ (2) $x+2y=10$

문제 3 다음 중에서 $(3,\ 2)$를 해로 가지는 일차방정식을 모두 찾아라.

ㄱ $x+2y=5$ ㄴ $2x-y=4$
ㄷ $x-3y=3$ ㄹ $4x-5y=2$

05 연립일차방정식과 그 해

● 미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해의 의미를 이해한다.

미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해란 무엇인가?

탐구 활동

성일이는 오늘 휴대 전화에서 한 건당 15원인 단문 문자 메시지 x건과 30원인 장문 문자 메시지 y건을 합쳐 모두 5건의 문자 메시지를 보냈더니 105원의 요금이 나왔다. 다음 물음에 답하여 보자.



1. 성일이가 보낸 문자 메시지의 건수를 x, y에 관한 식으로 나타내어 보자.
2. 성일이가 내야 할 문자 메시지 요금을 x, y에 관한 식으로 나타내어 보자.

탐구 활동에서 단문 문자 메시지 x건과 장문 문자 메시지 y건을 합하여 5건을 보냈으므로

$$x+y=5 \qquad \cdots\cdots ①$$

이다. 한 건당 15원인 단문 문자 메시지의 요금은 $15x$원이고, 한 건당 30원인 장문 문자 메시지의 요금은 $30y$원이므로

$$15x+30y=105 \qquad \cdots\cdots ②$$

이다.

일반적으로 두 일차방정식 ①, ②를 한 쌍으로 묶어서

$$\begin{cases} x+y=5 \\ 15x+30y=105 \end{cases}$$

와 같이 나타낸다. 이와 같이 두 일차방정식을 한 쌍으로 묶어서 나타낸 것을 미지수가 2개인 **연립일차방정식**이라고 한다.

두 일차방정식 ①, ②를 모두 만족시키는 x, y의 값을 구하여 보자.

먼저 일차방정식 ①, ②의 해를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

①

x	1	2	3	4
y	4	3	2	1

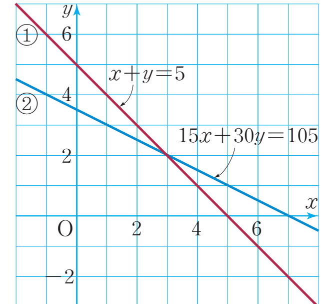
②

x	1	3	5
y	3	2	1

표에서 ①, ②를 동시에 만족시키는 해는 순서쌍 $(3,\ 2)$임을 알 수 있다.

따라서 단문 문자 메시지를 보낸 건수는 3건, 장문 문자 메시지를 보낸 건수는 2건이다.

한편 x, y값의 범위가 수 전체일 때, ①의 해와 ②의 해를 좌표평면에 나타내면 오른쪽과 같은 두 직선이 된다.



이때 일차방정식 ①, ②를 모두 만족시키는 순서쌍 $(3,\ 2)$는 두 직선의 교점의 좌표와 같음을 알 수 있다.

이와 같이 두 개의 일차방정식을 동시에 만족시키는 x, y의 값 또는 그 순서쌍 $(x,\ y)$를 연립일차방정식의 해라 하고, 연립일차방정식의 해를 구하는 것을 연립일차방정식을 푼다고 한다.

이를테면 앞의 연립일차방정식의 해는

$$x=3,\ y=2 \text{ 또는 } (3,\ 2)$$

이다.

예제 01 x, y가 자연수일 때, 다음 연립일차방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} x+y=7 & \cdots\cdots ① \\ 2x+y=11 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

풀이 방정식 ①, ②의 해를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

①

x	1	2	3	4	5	6
y	6	5	4	3	2	1

②

x	1	2	3	4	5
y	9	7	5	3	1

따라서 구하는 연립일차방정식의 해는 위의 표에서 ①과 ②를 동시에 만족시키는 x, y의 순서쌍 $(4,\ 3)$이다.

답 $(4,\ 3)$

문제 1 x, y가 자연수일 때, 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} x+y=6 \\ 2x+y=8 \end{cases}$

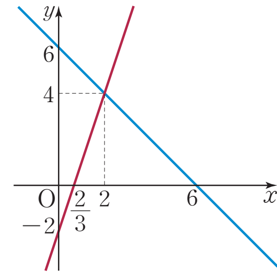
(2) $\begin{cases} 2x+y=13 \\ x+3y=14 \end{cases}$

예제 02

오른쪽 그림은 연립일차방정식

$$\begin{cases} 3x-y=2 \\ x+y=6 \end{cases}$$

의 그래프이다. 이 그래프를 이용하여 연립일차방정식을 풀어라.

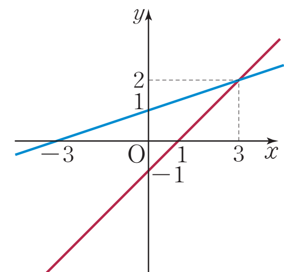


풀이 두 직선의 교점의 좌표가 $(2,\ 4)$이므로 구하는 연립일차방정식의 해는 $(2,\ 4)$이다.

답 $(2,\ 4)$

문제 2 오른쪽 그림은 연립일차방정식 $\begin{cases} x-y=1 \\ x-3y=-3 \end{cases}$의 그래프이다.

이 그래프를 이용하여 연립일차방정식을 풀어라.



문제 3 연립일차방정식 $\begin{cases} ax-4y=-5 \\ 2x+by=4 \end{cases}$의 해가 $(3,\ 2)$일 때, 두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값을 구하여라.

06 연립일차방정식의 풀이

● 미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀 수 있다.

두 방정식을 변끼리 더하거나 빼서 해를 구할 수 있는가?

생각 열기

유니세프(UNICEF)

영양실조인 어린이가 전 세계에 약 1억 6천 8백만 명에 달한다고 한다. 유니세프는 이러한 어린이들을 위하여 국적과 인종, 이념, 종교, 성별 등과 상관없이 도움의 손길을 전하고 있다.



탐구 활동

민정이는 유니세프에 기부금을 전달하기 위해 친구들과 동전을 모았다. 100원짜리 동전 x개와 500원짜리 동전 y개를 합하여 모두 35개를 모았는데 총액은 8300원이었다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어 연립일차방정식을 완성하여 보자.

$$\begin{cases} x+y=\square \\ \square x+\square y=8300 \end{cases}$$

2. **1**의 연립일차방정식을 미지수가 1개인 방정식으로 만들려면 어떤 방법이 있을지 말하여 보자.

미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀 때, 두 방정식을 변끼리 더하거나 빼서 미지수가 1개인 일차방정식으로 만들면 쉽게 해를 구할 수 있다.

연립일차방정식

$$\begin{cases} 4x+y=6 & \cdots\cdots ① \\ 2x+y=4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

의 ①에서 ②를 변끼리 빼면

$$2x=2,\ x=1$$

이고, $x=1$을 ①에 대입하면

$$4+y=6,\ y=2$$

이다.

$$\begin{array}{rr} & 4x+y=6 \\ -) & 2x+y=4 \\ \hline & 2x\quad\ =2 \end{array}$$

①에서 ②를 변끼리 빼면 미지수 y를 없앨 수 있다.

따라서 $x=1$, $y=2$는 방정식 ①, ②를 동시에 만족시키므로 주어진 연립일차방정식의 해이다.

참고 미지수가 2개인 연립일차방정식에서 한 미지수를 없애는 것을 그 미지수를 소거한다고 한다. 또 두 일차방정식을 변끼리 더하거나 빼어서 한 미지수를 소거하여 연립일차방정식의 해를 구하는 방법을 가감법이라고 한다.

문제 1 다음 연립일차방정식을 가감법으로 풀어라.

● 소거하려는 미지수의 계수의 부호가 같으면 변끼리 빼고, 부호가 다르면 변끼리 더한다.

(1) $\begin{cases} 3x+2y=12 \\ x-2y=-4 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 5x-2y=-17 \\ 5x+6y=-9 \end{cases}$

예제 01 다음 연립일차방정식을 가감법으로 풀어라.

$$\begin{cases} 2x+3y=-5 & \cdots\cdots ① \\ 3x-5y=21 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

● 소거하려는 미지수의 계수의 절댓값이 같아지도록 식의 양변에 적당한 수를 곱하거나 나누어서 계산한다.

풀이 x를 소거하기 위하여 ①의 양변에 3을 곱하고, ②의 양변에 2를 곱하면

$$\begin{cases} 6x+9y=-15 & \cdots\cdots ③ \\ 6x-10y=42 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

③에서 ④를 변끼리 빼면

$$19y=-57,\ y=-3$$

$$\begin{array}{rr} & 6x+\ \ 9y=-15 \\ -) & 6x-10y=\ \ \ 42 \\ \hline & 19y=-57 \end{array}$$

$y=-3$을 ①에 대입하면

$$2x+3\times(-3)=-5,\ x=2$$

따라서 구하는 해는 $x=2$, $y=-3$이다.

답 $x=2$, $y=-3$

문제 2 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 5x+4y=-7 \\ 3x-2y=-13 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x+5y=16 \\ 3x-4y=1 \end{cases}$

한 방정식을 다른 방정식에 대입하여 해를 구할 수 있는가?

생각 열기

농구 경기와 3점 슛

농구 역사상 3점 슛은 가장 위대한 발명 중 하나로 꼽히고 있다. 미국 프로 농구(NBA) 1979~1980년 시즌에 처음으로 3점 슛을 도입한 이후로 모든 농구 경기에 전면 시행되면서 농구는 더욱 박진감 넘치는 경기가 되었다.



탐구 활동



농구 경기에서 어떤 선수가 2점 슛 x개와 3점 슛 y개를 성공하여 21점을 득점하였다. 2점 슛의 개수가 3점 슛의 개수의 2배일 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1. 연립일차방정식으로 나타내어 보자.
2. 1의 연립일차방정식을 미지수가 1개인 방정식으로 만들려면 어떤 방법이 있을지 말하여 보자.

미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀 때, 한 방정식을 다른 방정식에 대입하여 미지수가 1개인 일차방정식으로 만들면 쉽게 해를 구할 수 있다.

연립일차방정식

$$\begin{cases} y=2x-1 & \cdots\cdots ① \\ 3x+y=9 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

에서 ①을 ②에 대입하면

$$3x+(2x-1)=9$$
$$5x=10,\ x=2$$

이고, $x=2$를 ①에 대입하면

$$y=2\times2-1=3$$

이다.

$y=2x-1$
대입
$3x+y=9$
$3x+(2x-1)=9$

따라서 위의 연립일차방정식의 해는 $x=2$, $y=3$이다.

참고 한 방정식을 다른 방정식에 대입하여 연립일차방정식의 해를 구하는 방법을 대입법이라고 한다.

예제 02 다음 연립일차방정식을 대입법으로 풀어라.

$$\begin{cases} y=-3x+12 & \cdots\cdots ① \\ 4x-3y=3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

한 방정식에서 계수가 간단한 미지수를 찾아 그 미지수에 관하여 정리한 후 다른 식에 대입한다.

풀이 ①을 ②에 대입하면

$$4x-3(-3x+12)=3$$
$$13x=39,\ x=3$$

$x=3$을 ①에 대입하면

$$y=-3\times3+12=3$$

따라서 구하는 해는 $x=3$, $y=3$이다.

답 $x=3$, $y=3$

문제 3 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 3x-2y=7 \\ y=-x+4 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 2x+5y=9 \\ x=-2y+5 \end{cases}$

사고력 기르기

▶추론
의사소통
문제 해결

승준이와 서영이는 연립일차방정식 $\begin{cases} 3x+2y=1 & \cdots\cdots ① \\ x=2y+3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$을 다음과 같이 풀었다.

두 학생의 풀이 방법에 대해 설명하여 보자.

승준

②에서 우변의 $2y$를 좌변으로 이항하면

$$x-2y=3 \quad \cdots\cdots ③$$

①과 ③을 변끼리 더하면

$$4x=4,\ x=1$$

$x=1$을 ②에 대입하면

$$1=2y+3,\ y=-1$$

따라서 구하는 해는

$$x=1,\ y=-1$$

서영

②를 ①에 대입하면

$$3(2y+3)+2y=1$$
$$8y=-8,\ y=-1$$

$y=-1$을 ②에 대입하면

$$x=-2+3=1,\ x=1$$

따라서 구하는 해는

$$x=1,\ y=-1$$

일차함수의 그래프를 이용하여 연립일차방정식은 어떻게 푸는가?

생각 열기

비틀스(Beatles)

영국 출신의 4인조 록 밴드 비틀스는 1957년에 결성되어 현재까지 전 세계적으로 10억 장 이상의 음반을 판매하였다. 비틀스는 대중음악 역사상 가장 성공적인 밴드로 불리고 있으며 다양한 장르의 음악을 아우르며 현대 대중음악의 수준을 한 단계 높인 것으로 평가되고 있다.



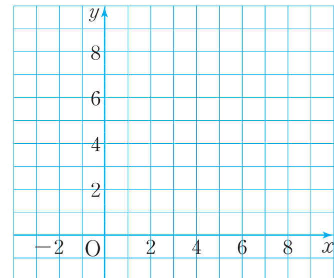
탐구 활동

비틀스가 발표하였던 곡을 모은 명곡집(Anthology)이 1995년부터 1996년까지 시리즈로 만들어졌다. 시리즈 수를 x개, 이 시리즈에 포함된 총 디스크의 수를 y개라고 할 때, x와 y는 다음 두 식을 만족시킨다고 한다. 물음에 답하여 보자.

$$\begin{cases} x+y=9 & \cdots\cdots ① \\ -x+y=3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

1. 직선의 방정식 ①, ②의 그래프를 각각 오른쪽 좌표평면 위에 그려 보자.

2. **1**에서 그린 두 그래프의 교점의 좌표를 말하여 보자.



연립일차방정식

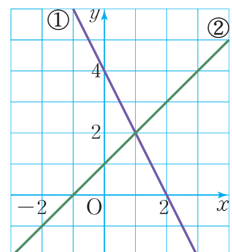
$$\begin{cases} 2x+y=4 & \cdots\cdots ① \\ -x+y=1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

의 해를 그래프를 이용하여 구하여 보자.

①, ②를 각각 y에 관하여 풀면

$$\begin{cases} y=-2x+4 \\ y=x+1 \end{cases}$$

이고, 그래프로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



이때 직선 ①, ②는 각각 방정식 ①, ②의 해 $(x,\ y)$를 좌표로 하는 점 전체를 좌표평면 위에 나타낸 것이므로 두 직선의 교점 $(1,\ 2)$는 두 방정식의 공통인 해를 나타낸다.

$\begin{cases}2x+y=4\\-x+y=1\end{cases}$에 $x=1$, $y=2$를 대입하면 연립일차방정식이 성립한다.

따라서 주어진 연립일차방정식의 해는

$$x=1,\ y=2$$

이다.

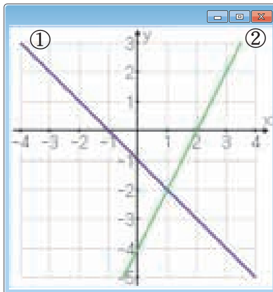
일반적으로 x, y에 관한 연립일차방정식의 해는 두 방정식의 그래프의 교점의 x좌표, y좌표와 같다.

연립일차방정식의 해 $x=a,\ y=b$	⇄	두 그래프의 교점의 좌표 $(a,\ b)$

예제 03 다음 연립일차방정식을 그래프를 이용하여 풀어라.

$$\begin{cases}-x-y=1 & \cdots\cdots ①\\ 2x-y=4 & \cdots\cdots ②\end{cases}$$

컴퓨터나 그래픽 계산기를 이용하여 풀 수도 있다.



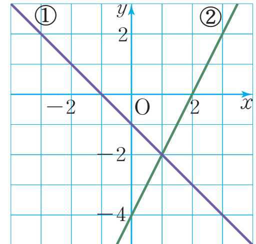
풀이 ①, ②를 각각 y에 관하여 풀면

$$\begin{cases}y=-x-1\\ y=2x-4\end{cases}$$

이것을 그래프로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

따라서 두 직선의 교점의 좌표가 $(1,\ -2)$이므로 구하는 연립일차방정식의 해는

$$x=1,\ y=-2$$



답 $x=1,\ y=-2$

문제 4 다음 연립일차방정식을 그래프를 이용하여 풀어라.

(1) $\begin{cases}2x+y=4\\ x-y=2\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}x+2y=-4\\ 3x+y=3\end{cases}$

계수가 소수나 분수인 연립일차방정식은 어떻게 푸는가?

연립일차방정식에서 미지수의 계수가 소수일 때에는 방정식의 양변에 10의 거듭제곱을 곱하여 계수를 정수로 고치고, 분수일 때에는 방정식의 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 풀면 편리하다.

예제 04

다음 연립일차방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} 0.3x+0.8y=7.2 & \cdots\cdots ① \\ 0.06x-0.05y=0.18 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

● 계수가 소수이면 10, 100, 1000, ⋯ 중에서 알맞은 수를 양변에 곱하여 계수를 정수로 고친다.

풀이 ①의 양변에 10을 곱하고, ②의 양변에 100을 곱하면

$$\begin{cases} 3x+8y=72 & \cdots\cdots ③ \\ 6x-5y=18 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

③의 양변에 2를 곱하여 ④를 변끼리 빼면

$$21y=126,\ y=6$$

$$\begin{array}{rr} & 6x+16y=144 \\ -) & 6x-\ \ 5y=\ \ 18 \\ \hline & 21y=126 \end{array}$$

$y=6$을 ③에 대입하면

$$3x+48=72$$

$$3x=24,\ x=8$$

따라서 구하는 해는 $x=8$, $y=6$이다.

답 $x=8$, $y=6$

문제 5

다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 0.2x+0.3y=3 \\ 0.5x-0.3y=-0.9 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 0.01x-0.02y=0.1 \\ 0.2x-0.1y=1.1 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 0.3x-0.1y=1.6 \\ 0.02x+0.03y=0.18 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 0.2x+0.3y=0.2 \\ 3x+2y=8 \end{cases}$

예제 05

다음 연립일차방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=1 & \cdots\cdots ① \\ \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}=\dfrac{1}{2} & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

● 계수가 분수이면 분모의 최소공배수를 양변에 곱하여 계수를 정수로 고친다.

풀이 ①의 양변에 6을 곱하고, ②의 양변에 12를 곱하면

$$\begin{cases} 3x+2y=6 & \cdots\cdots ③ \\ 4x+3y=6 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

③의 양변에 3을 곱하고, ④의 양변에 2를 곱하여 변끼리 빼면

$$x=6$$

$$\begin{array}{rl} & 9x+6y=18 \\ -) & 8x+6y=12 \\ \hline & x \quad\; = \; 6 \end{array}$$

$x=6$을 ③에 대입하면

$$18+2y=6,\ y=-6$$

따라서 구하는 해는 $x=6$, $y=-6$이다.

답 $x=6$, $y=-6$

문제 6

다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} \dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{2}=\dfrac{5}{6} \\ \dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{2}=-\dfrac{3}{10} \end{cases}$

(2) $\begin{cases} \dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{2}=1 \\ \dfrac{x}{5}-\dfrac{y}{4}=1 \end{cases}$

사고력 기르기

추론
의사소통
▶문제 해결

주연이가 연립일차방정식 $\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=5 \\ x+y=4 \end{cases}$를 다음과 같이 풀었다. 풀이를 검산하여 틀린 곳을 찾고, 올바른 해를 구하여 보자.

$\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=5 & \cdots\cdots ① \\ x+y=4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ → ①의 양변에 6을 곱한다. → $\begin{cases} 3x+2y=5 \\ x+y=4 \end{cases}$ → ②의 양변에 3을 곱한다. →

$\begin{cases} 3x+2y=5 \\ 3x+3y=4 \end{cases}$ → 양변을 변끼리 뺀다. → $y=-1$ → $y=-1$을 ②에 대입한다. → $x=5$

해가 무수히 많거나 해가 없는 연립일차방정식은 어떤 것인가?

연립일차방정식의 해는 한 쌍만 있는 경우도 있지만 방정식에 따라서는 해가 무수히 많거나, 해가 없는 경우도 있다.

예제 06 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} x+y=3 & \cdots\cdots ① \\ 2x+2y=6 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x-3y=4 & \cdots\cdots ① \\ 2x-6y=7 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

풀이 (1) ①의 양변에 2를 곱하면

$$2x+2y=6 \qquad \cdots\cdots ③$$

③은 ②와 같은 식이므로 ①과 ②의 해는 같다.

그런데 ①의 해는 무수히 많으므로 이 연립일차방정식의 해는 무수히 많다.

(2) ①의 양변에 2를 곱하여 ②를 변끼리 빼면

$$0=1$$

좌변은 0, 우변은 1이 되어 등식이 성립할 수 없다.

따라서 ①, ②를 동시에 만족시키는 해는 없다.

즉, 이 연립일차방정식의 해는 없다.

$$\begin{array}{r} 2x-6y=8 \\ -\underline{)\ 2x-6y=7} \\ 0=1 \end{array}$$

답 (1) 해는 무수히 많다. (2) 해는 없다.

문제 7 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 2x-3y=1 \\ 4x-6y=2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x+2y=3 \\ 4x+8y=5 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x-y=-3 \\ 6x-3y=-9 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x-4y=2 \\ y-(5y-x)=4 \end{cases}$

사고력 기르기

▶추론
의사소통
문제 해결

연립일차방정식 $\begin{cases} 3x-2y=4 \\ ax+by=c \end{cases}$에서 해가 무수히 많은 경우와 해가 없는 경우 a, b, c의 값을 만들어 보고, 각각 연립일차방정식이 어떤 형태일 때인지 설명하여 보자.

예제 07 다음 연립일차방정식을 그래프를 이용하여 풀어라.

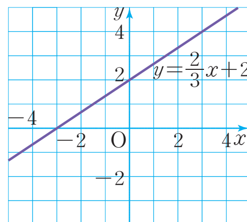
(1) $\begin{cases} 2x-3y=-6 \\ 4x-6y=-12 \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} x+y=-1 \\ 2x+2y=4 \end{cases}$

풀이 (1) 두 방정식을 각각 y에 관하여 풀면 모두

$$y=\frac{2}{3}x+2$$

가 되므로 두 방정식의 그래프는 일치한다.

따라서 연립일차방정식의 해는 무수히 많다.

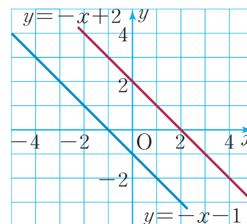


(2) 두 방정식을 각각 y에 관하여 풀면

$$\begin{cases} y=-x-1 \\ y=-x+2 \end{cases}$$

가 되므로 두 방정식의 그래프는 평행하다.

따라서 연립일차방정식의 해는 없다.



답 (1) 해는 무수히 많다. (2) 해는 없다.

문제 8 다음 연립일차방정식을 그래프를 이용하여 풀어라.

● 일차함수의 식으로 고쳐서 생각한다.

(1) $\begin{cases} x+3y=3 \\ 4x+12y=12 \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 2x+y=-2 \\ -4x-2y=-4 \end{cases}$

이상에서 다음을 알 수 있다.

> **연립일차방정식의 해와 방정식의 그래프**
>
> 연립일차방정식의 각 방정식을 그래프로 나타내었을 때
>
> (1) 두 직선이 한 점에서 만나면 연립일차방정식의 해는 하나이다.
>
> (2) 두 직선이 일치하면 연립일차방정식의 해는 무수히 많다.
>
> (3) 두 직선이 평행하면 연립일차방정식의 해는 없다.

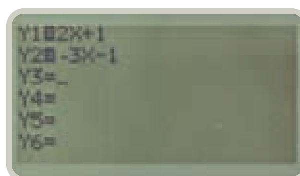
일차함수의 그래프를 그려 보자.



수를 계산하는 기능과 함수의 그래프를 그리는 기능을 함께 갖춘 계산기를 그래픽 계산기라고 한다. 그래픽 계산기를 이용하면 복잡한 수의 계산은 물론 여러 가지 함수의 그래프를 쉽게 그려 볼 수 있다.

그래픽 계산기를 이용하여 두 일차함수 $y=2x+1$, $y=-3x-1$의 그래프를 그려 보자.

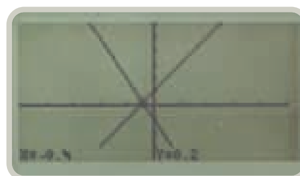
1\ 일차함수의 식 입력하기



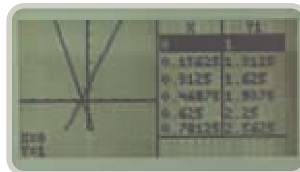
계산기를 켜고 [Y=]을 누른다. 여기서 Y1=에 '$2x+1$'을 입력하기 위하여 [2], [x], [+], [1]을 차례로 누른 후 [Enter]를 누른다.

Y2=에 '$-3x-1$'을 입력하기 위하여 [(−)], [3], [x], [−], [1]을 차례로 누른다. 여기서 [(−)]는 음의 부호를 나타내는 키이고, [−]는 뺄셈 기호를 나타내는 키이다.

2\ 그래프와 교점 · 대응표 확인하기

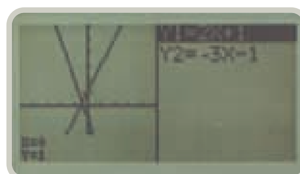


[GRAPH]를 누르면 오른쪽 그림과 같이 두 함수의 그래프가 그려진다. 이때 두 직선의 교점의 좌표를 계산기의 커서를 움직여 확인할 수 있다.



또 [2ndF]를 누르고 [GRAPH]를 누르면 그래프와 함께 x의 값에 따른 함숫값의 대응표를 볼 수 있다.

3\ 그래프와 함수의 식 확인하기



1까지 실행한 후에 [2ndF]를 누르고 [GRAPH]를 누르면 그래프와 함께 함수의 식을 볼 수 있다.

07 부등식과 그 해

● 부등식과 그 해의 의미를 이해한다.

부등식이란 무엇인가?

생각 열기

폭풍 일수

폭풍이 발생한 날의 수를 폭풍 일수라고 하는데, 폭풍 일수의 기준이 되는 폭풍은 국가나 지역에 따라 다르게 정해져 있다. 현재 우리나라에서는 하루 최대 풍속이 초속 13.9 m 이상인 날의 수를 폭풍 일수로 정하고 있다.



탐구 활동

다음 물음에 답하여 보자.

1. 하루 최대 풍속이 초속 13 m인 날은 폭풍 일수에 해당하는가?

2. 하루 최대 풍속이 초속 15 m인 날은 폭풍 일수에 해당하는가?

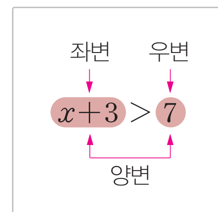
3. 하루 최대 풍속이 초속 x m인 날이 폭풍 일수에 해당하려면 x는 어떤 조건을 만족시켜야 하는지 부등호를 사용하여 나타내어 보자.

‘2는 7보다 작다.’, ‘어떤 수에 3을 더하면 7보다 크다.’ 등을 부등호를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$2<7,\ x+3>7$$

이와 같이 부등호 $<$, $>$, $\leq$, $\geq$를 사용하여 수 또는 식의 대소 관계를 나타낸 식을 **부등식**이라고 한다.

예를 들어 $3>2$, $x<2$, $3x-2\geq5$, $2x-3\leq3x+1$은 모두 부등호를 사용하여 나타낸 식이므로 부등식이다.



● 부등호 $<$, $>$를 처음 사용한 사람은 영국의 해리엇(Harriot, T. ; 1560~1621)이고, 부등호 $\leq$, $\geq$를 처음 사용한 사람은 프랑스의 부게(Bouguer, P. ; 1698~1758)이다.

참고 부등식에서 부등호의 왼쪽 부분을 좌변, 오른쪽 부분을 우변이라 하고, 좌변과 우변을 통틀어 양변이라고 한다.

문제 1 다음을 부등식으로 나타내어라.

(1) 형의 나이 x살에 동생의 나이 15살을 더하면 30살보다 많다.

(2) 한 개의 무게가 0.2 kg인 물건 x개를 0.6 kg인 바구니에 담았더니 전체 무게가 6 kg 미만이다.

● 무게의 단위는 힘의 단위인 N(뉴턴)이지만 일상생활에서는 g(그램)이나 kg(킬로그램)을 사용하고 있다.

부등식의 해란 무엇인가?



생각 열기

대한민국 최초 우주인

대한민국 최초의 우주인 이소연을 태운 우주선 소유스호가 우리나라 시각으로 2008년 4월 8일 20시 16분 35초에 카자흐스탄의 바이코누르 우주 기지에서 발사되었다. 이로써 대한민국은 세계에서 36번째로 우주인을 배출한 나라가 되었다.

탐구 활동

우리나라에서 우주인으로 선발되기 위해서는 몸무게가 최소한 50 kg 이상이어야 한다. 현재 민수의 몸무게가 45 kg이라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1. 민수가 우주인으로 선발되기 위해서 늘려야 하는 몸무게를 x kg이라 하고, 부등식으로 나타내어 보자.
2. 민수의 몸무게가 4 kg 늘어난다면 민수는 우주인 선발에 참여할 수 있는가?
3. 민수는 몸무게를 최소한 몇 kg 늘려야 우주인 선발에 참여할 수 있는가?

부등식 $x+2<5$에서 x에 1, 2, 3, 4, …를 대입하여 좌변과 우변을 비교하면 다음과 같다.

$x=1$일 때 $1+2<5$이므로 참

$x=2$일 때 $2+2<5$이므로 참

$x=3$일 때 $3+2=5$이므로 거짓

$x=4$일 때 $4+2>5$이므로 거짓

⋮

x	좌변	부등호	우변	$x+2<5$
1	3	<	5	참
2	4	<	5	참
3	5	=	5	거짓
4	6	>	5	거짓
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

여기서 부등식 $x+2<5$는 $x=1$, $x=2$일 때 참이 됨을 알 수 있다.

이와 같이 부등식을 참이 되게 하는 미지수 x의 값을 그 부등식의 해라고 한다. 또 부등식의 해를 모두 구하는 것을 그 부등식을 푼다고 한다.

참고 x의 범위가 주어지지 않은 경우에는 그 범위를 수 전체로 생각한다.

예제 01 0, 1, 2, 3 중에서 부등식 $3x-2\geq 4$의 해를 찾아라.

풀이 주어진 부등식의 x에 0, 1, 2, 3을 대입하여 좌변을 계산하고, 그 값을 우변의 값과 비교하면

$x=0$일 때 $3\times 0-2=-2<4$

$x=1$일 때 $3\times 1-2=1<4$

$x=2$일 때 $3\times 2-2=4=4$

$x=3$일 때 $3\times 3-2=7>4$

따라서 부등식 $3x-2\geq 4$는 $x=2$, $x=3$일 때 참이 되므로 구하는 해는 2, 3이다.

답 2, 3

문제 2 -2, -1, 0, 1, 2 중에서 다음 부등식의 해를 찾아라.

(1) $4x-1>1$

(2) $x+1<2$

(3) $3x-1\leq -2$

(4) $2x-3\geq x-1$

사고력 기르기

추론
▶ 의사소통
문제 해결

다음 그림에서 속도 제한 표시판을 부등식으로 나타내면 $x\leq 70$이다. 또 육교의 통과 높이 제한 표시판을 부등식으로 나타내면 $x\leq 3$이다. 이와 같이 생활 주변에서 부등식으로 나타낼 수 있는 예를 찾아 말하여 보자.





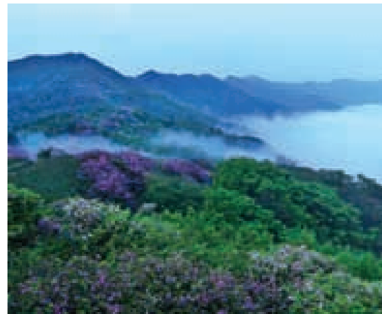
08 부등식의 성질

● 부등식의 성질을 이해한다.

부등식에는 어떤 성질이 있는가?

생각 열기

지리산 국립 공원



지리산은 1967년 12월 29일에 우리나라 최초의 국립 공원으로 지정되었다. 이 산은 전라북도 남원시, 전라남도 구례군, 경상남도 산청군, 함양군, 하동군 등의 행정 구역에 속해 있으며 21개의 국립 공원 중에서 가장 넓은 산악형 국립 공원이다.

탐구 활동

지리산의 천왕봉은 높이가 1915 m, 촛대봉은 높이가 1703 m, 노루목은 높이가 1498 m이다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. 천왕봉의 높이와 촛대봉의 높이를 비교하여 부등식으로 나타내어 보자.
2. 천왕봉의 높이에서 노루목의 높이를 뺀 결과와 촛대봉의 높이에서 노루목의 높이를 뺀 결과를 비교하여 부등식으로 나타내어 보자.
3. **1**과 **2**에서 얻은 부등식에서 부등호의 방향이 바뀌었는지 알아보자.

P.101 등식의 성질

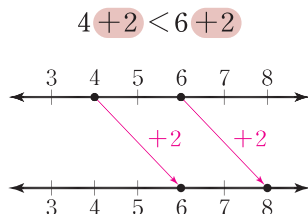
$a=b$일 때

- $a+c=b+c$
- $a-c=b-c$
- $ac=bc$
- $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}\ (c\neq0)$

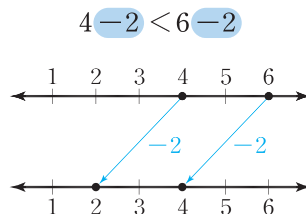
부등식의 기본 성질에는 어떤 것이 있는지 알아보자.

부등식 $4<6$의 양변에 2를 더하거나 양변에서 2를 빼면 다음과 같다.

$4+2<6+2$



$4-2<6-2$



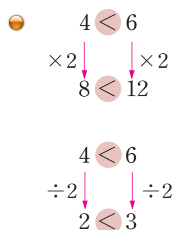
일반적으로 부등식의 양변에 같은 수를 더하거나 양변에서 같은 수를 빼어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

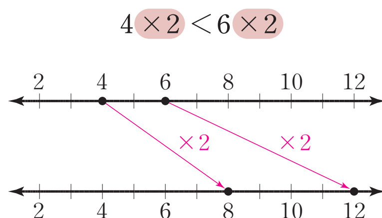
문제 1 $a<b$일 때, 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

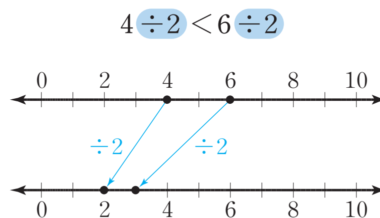
(1) $a+2$ □ $b+2$　　(2) $a+(-2)$ □ $b+(-2)$

(3) $a-4$ □ $b-4$　　(4) $a-(-4)$ □ $b-(-4)$

부등식 $4<6$의 양변에 양수 2를 곱하거나 양변을 양수 2로 나누면 다음과 같다.







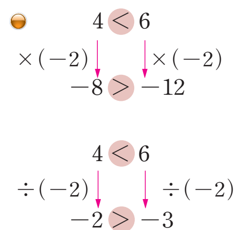
일반적으로 부등식의 양변에 같은 양수를 곱하거나 양변을 같은 양수로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

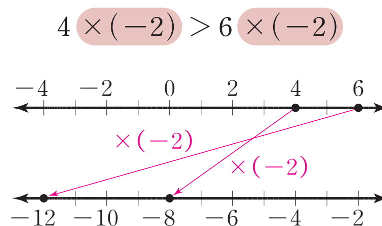
문제 2 $a<b$일 때, 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

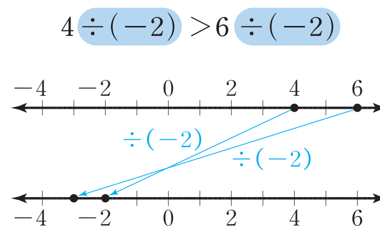
(1) $a\times3$ □ $b\times3$　　(2) $a\div5$ □ $b\div5$

(3) $4a$ □ $4b$　　(4) $\frac{a}{7}$ □ $\frac{b}{7}$

부등식 $4<6$의 양변에 음수 -2를 곱하거나 양변을 음수 -2로 나누면 다음과 같다.







일반적으로 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향은 바뀐다.

문제 3 $a<b$일 때, 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

(1) $a\times(-3)$ □ $b\times(-3)$　　(2) $a\div(-8)$ □ $b\div(-8)$

(3) $-2a$ □ $-2b$　　(4) $-\frac{a}{6}$ □ $-\frac{b}{6}$

이상에서 배운 부등식의 기본 성질을 정리하면 다음과 같다.

부등호 $<$를 $\leq$로 바꾸어도 부등식의 기본 성질은 성립한다.

부등식의 기본 성질

(1) 부등식의 양변에 같은 수를 더하거나 양변에서 같은 수를 빼어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

$a<b$이면 $a+c<b+c$, $a-c<b-c$

(2) 부등식의 양변에 같은 양수를 곱하거나 양변을 같은 양수로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

$a<b$, $c>0$이면 $ac<bc$, $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$

(3) 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향은 바뀐다.

$a<b$, $c<0$이면 $ac>bc$, $\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$

문제 4 $a\leq b$일 때, 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

부등식의 양변에 음수를 곱하면 부등호의 방향이 바뀐다.

(1) $2a+3$ □ $2b+3$　　(2) $-3a+1$ □ $-3b+1$

(3) $-a-4$ □ $-b-4$　　(4) $2a-5$ □ $2b-5$

발전

문제 5 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

(1) $2-a>2-b$일 때, a □ b

(2) $-\frac{3}{2}a-2\leq-\frac{3}{2}b-2$일 때, a □ b

사고력 기르기

▶추론
의사소통
문제 해결

등식의 성질과 부등식의 성질의 같은 점과 다른 점에 대하여 비교하여 보자.

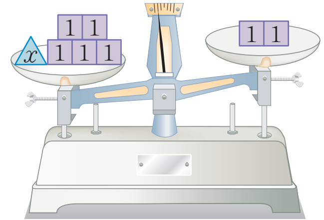
09 일차부등식의 풀이

- 일차부등식을 이해한다.
- 부등식의 성질을 이용하여 일차부등식을 풀 수 있다.

일차부등식이란?

탐구 활동

오른쪽 그림과 같이 윗접시저울의 왼쪽 접시에는 무게가 x g짜리 추 1개와 1 g짜리 추 5개가 올려져 있고, 오른쪽 접시에는 1 g짜리 추 2개가 올려져 있다. 다음 물음에 답하여 보자.



1. 윗접시저울이 왼쪽으로 기울어져 있을 때, 이를 부등식으로 나타내어 보자.
2. 양쪽에서 1 g짜리 추 2개를 내려 놓았을 때, 이를 부등식으로 나타내어 보자.
3. 2에서 좌변의 다항식의 차수를 말하여 보자.

부등식

$$x+5>2 \qquad \cdots\cdots ①$$

의 양변에서 2를 빼면 다음과 같다.

$$x+5-2>2-2$$

$$x+5-2>0 \qquad \cdots\cdots ②$$

$$x+3>0 \qquad \cdots\cdots ③$$

이때 ②는 ①의 우변에 있던 $+2$가 좌변으로 옮겨지며 -2가 되었음을 알 수 있다.

이와 같이 부등식에서도 등식의 경우와 마찬가지로 한 변에 있는 항을 부호를 바꾸어 다른 변으로 이항할 수 있다.

$2x-4<2$ → 이항 → $2x<2+4$

한편 ③의 좌변 $x+3$은 일차식이다.

이와 같이 부등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이

(일차식)>0, (일차식)<0, (일차식)≥ 0, (일차식)≤ 0

중의 한 가지 꼴로 변형되는 부등식을 **일차부등식**이라고 한다.

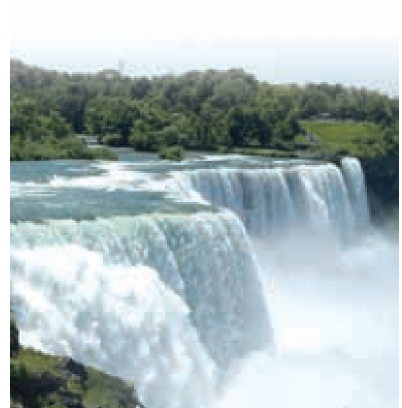
문제 1 다음 중 일차부등식을 모두 찾아라.

㉠ $7x<7(x+1)$	㉡ $x^2-2x<x^2+3$
㉢ $3x-1>2x+1$	㉣ $x^2+2x-1\geq 0$

부등식의 기본 성질을 이용하여 일차부등식은 어떻게 푸는가?

생각 열기

나이아가라 폭포



나이아가라 폭포는 미국 뉴욕 주와 캐나다 온타리오 주 사이의 국경을 이루고 있는 나이아가라 강에 있으며 북아메리카에서 가장 큰 폭포이다. 나이아가라 폭포는 말굽 폭포로 불리는 캐나다 폭포와 미국 폭포 그리고 브라이들 베일 폭포로 이루어져 있다. 이 중에서 미국 폭포의 높이는 51 m이고, 이 높이는 캐나다 폭포의 높이보다 2 m 이상 높다.

탐구 활동

캐나다 폭포의 높이를 x m라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1. 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어 보자.

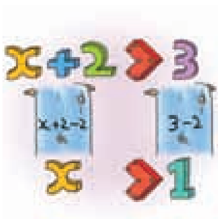
$$x+2 \;\square\; 51$$

2. 1의 부등식의 좌변에 x를 포함한 항만 남기기 위해서는 부등식의 기본 성질을 어떻게 이용해야 하는지 말하여 보자.

부등식의 기본 성질을 이용하여 일차부등식

$$x+2>3$$

을 풀어 보자.



부등식의 양변에서 2를 빼어도 부등호의 방향은 바뀌지 않으므로

$$x+2-2>3-2$$

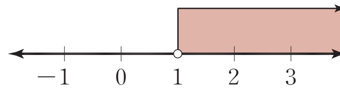
이고, 이것을 정리하면

$$x>1$$

이다. 이때 1보다 큰 수는 모두 일차부등식 $x+2>3$을 만족시킨다.

따라서 일차부등식 $x+2>3$의 해는 $x>1$이고 이것을 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.

해를 수직선 위에 나타낼 때 '∘'은 그에 대응하는 수가 해에 포함되지 않음을 뜻하고, '•'은 그에 대응하는 수가 해에 포함됨을 뜻한다.

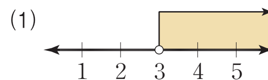


$ax>b$, $ax<b$, $ax\geq b$, $ax\leq b$ $(a\neq 0)$를 풀 때에는 부등식의 기본 성질을 이용하여 주어진 부등식을 다음과 같은 꼴로 고쳐서 해를 구한다.

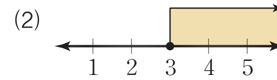
$$x>(\text{수}),\quad x<(\text{수}),\quad x\geq(\text{수}),\quad x\leq(\text{수})$$

참고 해가 $x>3$인 경우에 3은 해가 아니므로 (1)과 같이 ∘로 나타내고, 해가 $x\geq 3$인 경우에 3은 해이므로 (2)와 같이 •로 나타낸다.

(1)



(2)



예제 01

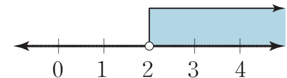
다음 일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라.

(1) $x+3>5$ (2) $-2x\geq 6$

풀이 (1) 부등식의 양변에서 3을 빼면

$$x+3-3>5-3$$
$$x>2$$

해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

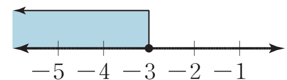


부등식의 양변을 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀐다.

(2) 부등식의 양변을 -2로 나누면

$$-2x\div(-2)\leq 6\div(-2)$$
$$x\leq -3$$

해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



답 (1) $x>2$ (2) $x\leq -3$

문제 2

다음 일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라.

(1) $x+3<2$ (2) $x-2\leq 4$

(3) $\frac{1}{3}x>2$ (4) $-4x\geq -8$

예제 02 일차부등식 $3x-1\le 2x$를 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라.

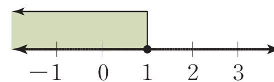
● $x\le 1$에서 1은 해이므로 •로 나타낸다.

풀이 x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$$3x-2x\le 1$$

좌변을 간단히 하면 $x\le 1$

해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



답 $x\le 1$

문제 3 다음 일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라.

(1) $3x<-x+12$　　(2) $2x+7\le 4x-3$

(3) $2x+2>x+6$　　(4) $2x-3\ge 5x-15$

부등식에 괄호가 있으면 먼저 괄호를 풀어 정리한 후 부등식을 푼다.

예제 03 일차부등식 $3(2+x)<-1-4x$를 풀어라.

● 괄호가 있는 부등식을 풀 때에는 분배법칙을 이용하여 괄호를 먼저 푼다.

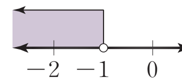
풀이 괄호를 풀면 $6+3x<-1-4x$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$$3x+4x<-1-6$$

양변을 간단히 하면 $7x<-7$

양변을 7로 나누면 $x<-1$



답 $x<-1$

문제 4 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $3(x-4)<4(x+2)$　　(2) $7-3x\le 4(2-x)$

(3) $5(x+4)>2x-1$　　(4) $2(x-3)\ge -3(x-2)$

부등식에서 계수가 소수일 때에는 부등식의 양변에 알맞은 10의 거듭제곱을 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 풀면 편리하다.

예제 04 일차부등식 $0.4x-1.6\geq0.2x-0.4$를 풀어라.

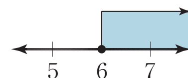
풀이 양변에 10을 곱하면 $4x-16\geq2x-4$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$$4x-2x\geq-4+16$$

양변을 간단히 하면 $2x\geq12$

양변을 2로 나누면 $x\geq6$



답 $x\geq6$

문제 5 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $0.5x-1.8<0.2x$

(2) $0.7x+0.5\leq0.3x+1.3$

부등식에서 계수가 분수일 때에는 부등식의 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 풀면 편리하다.

예제 05 일차부등식 $\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}x<x-\frac{7}{6}$을 풀어라.

풀이 양변에 2, 3, 6의 최소공배수인 6을 곱하면

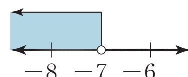
$$3x+4x<6x-7$$

$$7x<6x-7$$

x를 포함한 항을 좌변으로 이항하면

$$7x-6x<-7$$

좌변을 간단히 하면 $x<-7$



답 $x<-7$

문제 6 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $\frac{x}{2}-\frac{x-1}{3}\geq 2$

(2) $\frac{2}{3}x+2>\frac{2}{5}(2x+1)$

이상에서 배운 일차부등식의 풀이 방법을 정리하면 다음과 같다.

일차부등식의 풀이 방법

❶ 계수에 소수나 분수가 있으면 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고친다.

❷ 괄호가 있으면 괄호를 푼다.

❸ 미지수 x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항한다.

❹ 양변을 간단히 하여

$$ax>b,\ ax<b,\ ax\geq b,\ ax\leq b\ (a\neq 0)$$

의 꼴로 고친다.

❺ 양변을 x의 계수 a로 나눈다. 이때 a가 음수이면 부등호의 방향이 바뀐다.

$0.3(2x-3)\leq 3.5x+2$

↓ ❶

$3(2x-3)\leq 35x+20$

↓ ❷

$6x-9\leq 35x+20$

↓ ❸

$6x-35x\leq 20+9$

↓ ❹

$-29x\leq 29$

↓ ❺

$x\geq -1$

문제 7 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $3(x+5)>2x+20$

(2) $-6(x+5)\geq x+5$

(3) $0.5x-4\geq 4.5x-28$

(4) $\frac{1}{2}x+\frac{5-x}{3}<2$

발전

문제 8 다음 일차부등식을 풀어라.

먼저 소수나 분수를 정수로 고친 후 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼다.

(1) $0.25x\geq \frac{x}{2}-0.3\left(x-\frac{1}{2}\right)$

(2) $\frac{2x-1}{3}+0.4<0.2(3x-1)$

(3) $0.2x+1<\frac{1}{5}(2x-1)$

(4) $0.5(x-2)\leq 0.7x-1.2$

10

연립일차부등식

● 연립일차부등식을 풀 수 있다.

연립일차부등식은 어떻게 푸는가?

탐구 활동 **다음 그림을 보고 물음에 답하여 보자.**



1. 120자루의 연필을 한 사람에게 3자루씩 나누어 줄 경우 연필이 남는다는 것을 부등식으로 나타내고, 그 해를 다음 수직선 위에 나타내어 보자.



2. 120자루의 연필을 한 사람에게 4자루씩 나누어 줄 경우 연필이 부족하다는 것을 부등식으로 나타내고, 그 해를 다음 수직선 위에 나타내어 보자.



3. **1**과 **2**의 해를 다음 수직선 위에 함께 나타내어 보자.



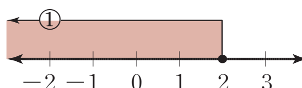
두 개의 일차부등식

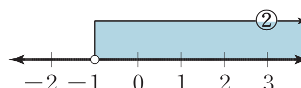
$$x+3\leq 5 \qquad \cdots\cdots ①$$

$$2x+3>1 \qquad \cdots\cdots ②$$

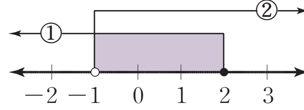
을 동시에 만족시키는 x의 범위를 구하여 보자.

부등식 ①을 풀면 $x\leq 2$이고, 부등식 ②를 풀면 $x>-1$이다.





이때 부등식 ①, ②의 해를 수직선 위에 함께 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 부등식 ①, ②를 동시에 만족시키는 x의 범위는 $x \le 2$이고 $x > -1$이다. 이것을 간단히 $-1 < x \le 2$로 나타낸다.

두 개의 일차부등식 $x+3 \le 5$, $2x+3>1$을 동시에 만족시키는 미지수 x의 범위를 구하는 경우, 두 일차부등식을 한 쌍으로 묶어서

$$\begin{cases} x+3 \le 5 \\ 2x+3 > 1 \end{cases}$$

과 같이 나타낸다.

이와 같이 두 개 이상의 일차부등식을 한 쌍으로 묶어서 나타낸 것을 **연립일차부등식**이라고 한다.

또 위에서 $-1 < x \le 2$와 같이 연립일차부등식의 각 일차부등식을 동시에 만족시키는 미지수의 값을 그 연립일차부등식의 해라 하고, 연립일차부등식의 해를 모두 구하는 것을 연립일차부등식을 푼다고 한다.

예제 01

다음 연립일차부등식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} -2x \le x+3 & \cdots\cdots ① \\ 2x-1 > -x+5 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x+1 \ge -2x+7 & \cdots\cdots ① \\ 3x-2 < x+6 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

부등식 ①, ②의 해를 각각 구하고, 두 부등식을 동시에 만족시키는 x의 범위를 구한다.

풀이 (1) 부등식 ①을 풀면 $x \ge -1$

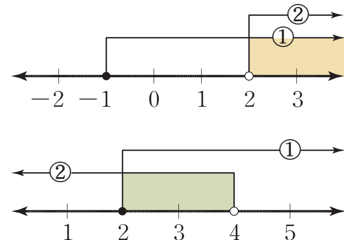
부등식 ②를 풀면 $x > 2$

따라서 구하는 해는 $x > 2$이다.

(2) 부등식 ①을 풀면 $x \ge 2$

부등식 ②를 풀면 $x < 4$

따라서 구하는 해는 $2 \le x < 4$이다.



답 (1) $x > 2$ (2) $2 \le x < 4$

문제 1 다음 연립일차부등식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 1-2x<5 \\ x+4\le 6 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 4x\ge 2x+2 \\ 7-2x<1+x \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x+3>1 \\ 3-x\le 6-4x \end{cases}$ (4) $\begin{cases} 3x-4\le 8 \\ 2x+1>4x+7 \end{cases}$

예제 02

다음 연립일차부등식을 풀어라.

$$\begin{cases} 2x+3<1 & \cdots\cdots ① \\ 1-3x\le -2 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

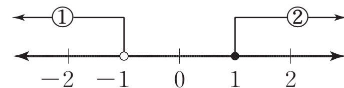
각 부등식의 해를 한 수직선 위에 나타내었을 때, 겹쳐지는 부분이 없으면 연립일차부등식의 해는 없다.

풀이 부등식 ①을 풀면 $x<-1$

부등식 ②를 풀면 $x\ge 1$

그런데 이 경우는 공통부분이 없으므로

구하는 해는 없다.



답 해는 없다.

문제 2 다음 연립일차부등식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 2x-3\ge 5 \\ 5x-7<3 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x+4\ge 6 \\ 4(1-x)\ge 8 \end{cases}$

$A<B<C$ 꼴의 연립일차부등식은 두 개의 부등식 $A<B$와 $B<C$를 하나의 식으로 나타낸 것이므로 연립일차부등식 $\begin{cases} A<B \\ B<C \end{cases}$ 와 같다.

예를 들어 연립일차부등식 $2<3x+4<5$는 두 개의 부등식 $2<3x+4$와 $3x+4<5$를 하나의 식으로 나타낸 것이므로 연립일차부등식 $\begin{cases} 2<3x+4 \\ 3x+4<5 \end{cases}$ 와 같다.

참고 $A<B<C$ 꼴의 연립일차부등식은 다음과 같이 바꾸어서 풀면 안 된다.

$$\begin{cases} A<B \\ A<C \end{cases}, \quad \begin{cases} A<C \\ B<C \end{cases}$$

예제 03 연립일차부등식 $-7<2x-1<3$을 풀어라.

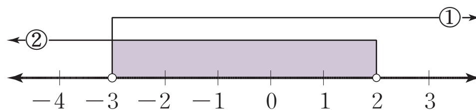
풀이 연립일차부등식 $-7<2x-1<3$은 다음 연립일차부등식과 같다.

$$\begin{cases} 2x-1>-7 & \cdots\cdots ① \\ 2x-1<3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

부등식 ①을 풀면 $x>-3$

부등식 ②를 풀면 $x<2$

따라서 구하는 해는 $-3<x<2$이다.



답 $-3<x<2$

문제 3 다음 연립일차부등식을 풀어라.

(1) $-2<x+2<6$

(2) $-5<3x+1\leq 10$

(3) $2x-7\leq x+1<3x+5$

(4) $3x<5x+6\leq -2x+34$

발전

문제 4 다음 연립일차부등식을 풀어라.

(1) $\dfrac{x-1}{2}\leq \dfrac{x}{3}\leq \dfrac{3x+5}{4}$

(2) $3-0.6x\leq 0.5x-0.3<0.2x-3$

사고력 기르기

추론
▶ 의사소통
문제 해결

연립일차부등식을 풀었더니 $x<a$이고 $x\geq a$이었다. 이것을 수직선 위에 나타내고, 이 연립일차부등식의 해에 대하여 토의하여 보자.

정리 확인 학습

일차방정식

(1) 이항: 등식의 한 변에 있는 항을 부호를 바꾸어 다른 변으로 옮기는 것

(2) 일차방정식: 방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이

$$(\text{일차식})=0$$

의 꼴로 나타내어지는 방정식

1 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $2x-9=3$ (2) $x+6=-2x$

(3) $\frac{x}{4}=2$ (4) $5x-4=x+2$

일차함수

함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 관한 일차식

$$y=ax+b\ (a\neq0,\ a,\ b\text{는 상수})$$

로 나타내어지는 함수를 일차함수라고 한다.

2 다음 중에서 일차함수를 모두 찾아라.

㉠ $y=2x-1$ ㉡ $y=x^2+3$

㉢ $y=\frac{1}{x}$ ㉣ $y=-\frac{1}{2}x$

연립일차방정식과 그 해

(1) 연립일차방정식: 두 일차방정식을 한 쌍으로 묶어서 나타낸 것

(2) 연립일차방정식의 해: 연립일차방정식에서 두 개의 일차방정식을 동시에 만족시키는 x, y의 값 또는 순서쌍 $(x,\ y)$

3 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases}2x-y=3\\x+y=9\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x+y=4\\4x-5y=7\end{cases}$

일차부등식과 연립일차부등식

(1) 일차부등식: 부등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이

$$(\text{일차식})>0,\ (\text{일차식})<0$$
$$(\text{일차식})\geq0,\ (\text{일차식})\leq0$$

중의 한 가지 꼴로 변형되는 부등식

(2) 연립일차부등식: 두 개 이상의 일차부등식을 한 쌍으로 묶어서 나타낸 것

4 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $x-4<-2$ (2) $-\frac{x}{4}+1>5$

(3) $x-2\leq2x-6$ (4) $5\geq1-4x$

용어와 기호 미지수, 해, 근, 항등식, 이항, 일차방정식, 일차함수, 좌표, 순서쌍, x축, y축, 좌표축, 원점, x좌표, y좌표, 좌표평면, 함수의 그래프, 평행이동, x절편, y절편, 기울기, 연립일차방정식, 부등식, 일차부등식, 연립일차부등식, $y=f(x)$, $f(x)$

2 이차방정식과 이차함수

황금비

유클리드(Euclid ; ?B.C. 325∼?B.C. 265)의 저서 “원론” 제2권에 다음과 같은 문제와 그 풀이가 실려 있다.

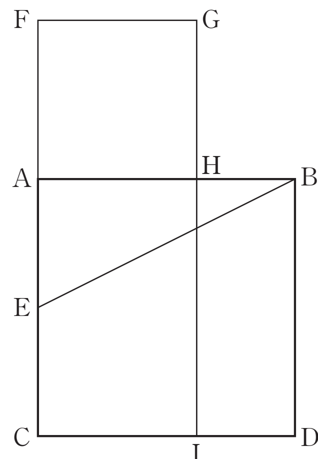
> 한 변의 길이가 a인 정사각형 ABCD에서 선분 AB 위의 점 H에 대하여 정사각형 AHGF의 넓이와 직사각형 HIDB의 넓이가 같도록 하는 점 H를 찾아라.

이 문제에서 선분 AC의 중점을 점 E라 하고, $\overline{BE}=\overline{EF}$가 되도록 하는 점 F를 찾아 선분 AF를 한 변으로 하는 정사각형 AHGF를 만들면 점 H를 찾을 수 있다.

이때 정사각형 AHGF의 한 변의 길이와 직사각형 HIDB의 긴 변의 길이의 비는 다음과 같다.

$$\overline{AH} : \overline{AB}=1 : 1.618\cdots$$

이 비를 현재 황금비(golden ratio)라는 이름으로 부르고 있는데, 황금비라는 말은 1898년에 처음 사용되었다고 한다.



〈출처: G. Markowsky(1992), Misconceptions about the golden ratio, College Math. J. 23, pp.1∼19〉

단원 과제

이 단원을 배우면서 다음 과제를 해결하여 보자. 178쪽

황금비 직사각형에서 가로와 세로의 비는 얼마일까?

01 이차방정식과 그 해

● 이차방정식의 뜻을 안다.

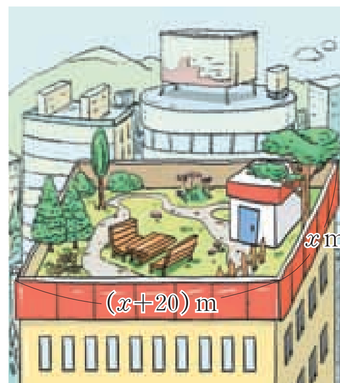
이차방정식이란 무엇인가?

탐구 활동

오른쪽 그림은 도심지 한가운데에 있는 직사각형 모양의 옥상 정원이다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. 옥상 정원의 넓이가 $1800\ \mathrm{m}^2$일 때, 이것을 등식으로 나타내어 보자.

2. **1**의 등식을 (x에 관한 식)$=0$의 꼴로 나타내어 보자. 이때 좌변은 x에 관한 몇 차식인가?



$x^2+5x=x+7$에서 우변의 $x+7$을 좌변으로 이항하여 정리하면

$$x^2+4x-7=0$$

이다.

이와 같이 방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이

$$(x\text{에 관한 이차식})=0$$

의 꼴로 변형되는 방정식을 x에 관한 **이차방정식**이라고 한다.

$a\neq0$이고 a, b, c는 상수일 때
- ax^2+bx+c ⇨ 이차식
- $ax^2+bx+c=0$ ⇨ 이차방정식

일반적으로 x에 관한 이차방정식은

$$ax^2+bx+c=0\ (a\neq0,\ a,\ b,\ c\text{는 상수})$$

과 같이 나타낼 수 있다.

문제 1 다음 중에서 이차방정식을 모두 찾아라.

㉠ $x^2-x=0$	㉡ $2x-6=3x$
㉢ $(x+3)^2=x^2+4x$	㉣ $x(x-5)=2x^2-1$

이차방정식의 해란 무엇인가?

탐구 활동

이차방정식 $x^2+x-2=0$에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1. x의 값이 -2, -1, 0, 1, 2일 때, 다음 표를 완성하여 보자.

x	-2	-1	0	1	2
x^2+x-2					

2. **1**에서 이차방정식 $x^2+x-2=0$을 참이 되게 하는 x의 값을 모두 말하여 보자.

x의 값이 -2, -1, 0, 1, 2일 때, 이차방정식

$$x^2+x-2=0$$

을 참이 되게 하는 x의 값을 찾아보자.

이차식 x^2+x-2에서 x 대신에 -2, -1, 0, 1, 2를 대입하면 다음과 같은 표를 얻을 수 있다.

x의 값	x^2+x-2의 값	$x^2+x-2=0$
-2	$(-2)^2+(-2)-2=0$	참
-1	$(-1)^2+(-1)-2=-2$	거짓
0	$0^2+0-2=-2$	거짓
1	$1^2+1-2=0$	참
2	$2^2+2-2=4$	거짓

이 표에서 이차방정식 $x^2+x-2=0$은 $x=-2$ 또는 $x=1$일 때에만 참임을 알 수 있다.

이와 같이 미지수 x에 관한 이차방정식을 참이 되게 하는 x의 값을 이 이차방정식의 해 또는 근이라 하고, 해를 모두 구하는 것을 이차방정식을 푼다고 한다.

특별한 언급이 없을 경우 미지수 x값의 범위는 실수 전체로 생각한다.

문제 2 x의 값이 -2, -1, 0, 1, 2일 때, 다음 이차방정식의 해를 모두 구하여라.

(1) $x^2-2x=0$ (2) $x^2-x-2=0$

02 이차방정식의 풀이

● 이차방정식의 근의 공식을 안다.

인수분해를 이용하여 이차방정식은 어떻게 푸는가?

탐구 활동 다음 그림을 보고 물음에 답하여 보자.



1. 두 수 a, b에 대하여 $ab=0$이 되는 경우를 모두 말하여 보자.
2. $(x+3)(x-2)=0$이 되는 경우를 모두 말하여 보자.

두 수 또는 두 식 A, B에 대하여

$$A=0 \text{ 또는 } B=0\text{이면}\quad AB=0$$

이다. 또

$$AB=0\text{이면}\quad A=0 \text{ 또는 } B=0$$

이다.

이 사실을 이용하여 이차방정식을 풀어 보자.

예를 들어 이차방정식 $(x-3)(x-5)=0$에서

$$x-3=0 \text{ 또는 } x-5=0$$

이므로 주어진 이차방정식의 해는

$$x=3 \text{ 또는 } x=5$$

이다.

일반적으로 이차방정식 $(x-a)(x-b)=0$의 해는 $x=a$ 또는 $x=b$이다.

예제 01 이차방정식 $(x+4)(2x-1)=0$을 풀어라.

풀이 $(x+4)(2x-1)=0$에서 $x+4=0$ 또는 $2x-1=0$

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=-4$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

답 $x=-4$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

문제 1 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $(x+2)(x-3)=0$

(2) $x(x+6)=0$

(3) $(x-4)(5x+1)=0$

(4) $4(3x-2)(x-8)=0$

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 좌변을 인수분해할 수 있는 경우에는 그 식을 인수분해하여 이차방정식을 풀 수 있다.

예제 02 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2+2x-35=0$

(2) $x^2-36=0$

풀이 (1) $x^2+2x-35=0$에서 좌변을 인수분해하면 $(x+7)(x-5)=0$

$x+7=0$ 또는 $x-5=0$

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=-7$ 또는 $x=5$

(2) $x^2-36=0$에서 좌변을 인수분해하면 $(x+6)(x-6)=0$

$x+6=0$ 또는 $x-6=0$

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=-6$ 또는 $x=6$

답 (1) $x=-7$ 또는 $x=5$ (2) $x=-6$ 또는 $x=6$

문제 2 다음 이차방정식을 풀어라.

식을 정리하여 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 만들어 인수분해한다.

(1) $x^2-5x-14=0$

(2) $x^2+4x=5$

(3) $x(x+3)=10$

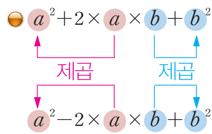
(4) $x^2+7x=5(x+3)$

중근이란 무엇인가?

$(a+b)^2$, $2(3x-1)^2$과 같이 다항식의 제곱으로 된 식이나 이 식에 상수를 곱한 식을 **완전제곱식**이라고 한다.

예제 03 다음 식이 완전제곱식이 되도록 □ 안에 알맞은 양수를 써넣어라.

(1) $a^2+12a+\square$　　　(2) $x^2-\square x+100$



풀이 (1) $a^2+12a+\square=a^2+2\times a\times 6+\square$이므로

$\square=6^2=36$

(2) $x^2-\square x+100=x^2-\square x+10^2$이므로

$\square=2\times 10=20$

답 (1) 36　(2) 20

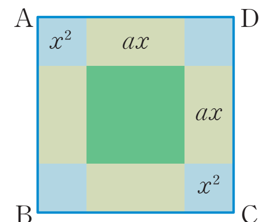
문제 3 다음 식이 완전제곱식이 되도록 □ 안에 알맞은 양수를 써넣어라.

(1) $a^2+6a+\square$　　　(2) $a^2+\square a+64$

(3) $x^2-10x+\square$　　　(4) $x^2-\square x+9$

창의 up

오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD의 넓이를 직사각형들의 넓이의 합으로 나타내어라. 또 그림을 이용하여 정사각형 ABCD의 넓이를 완전제곱식으로 나타내어라.



이차방정식 $x^2-6x+9=0$의 좌변을 인수분해하면

$$(x-3)^2=0$$

이다. 즉,

$$(x-3)(x-3)=0$$

이므로 주어진 이차방정식의 근은

$$x=3 \text{ 또는 } x=3$$

이다. 여기서 두 근은 서로 같으므로 이차방정식 $x^2-6x+9=0$의 근은

$$x=3$$

이다.

이와 같이 이차방정식의 두 근이 중복되어 있을 때, 이 근을 주어진 이차방정식의 **중근**이라고 한다.

예제 04 이차방정식 $x^2+7x-1=3x-5$를 풀어라.

풀이 우변의 항을 모두 좌변으로 이항하면

$$x^2+7x-1-3x+5=0$$
$$x^2+4x+4=0$$
$$(x+2)^2=0$$

따라서 주어진 이차방정식의 해는

$$x=-2(\text{중근})$$

답 $x=-2$(중근)

문제 4 다음 이차방정식을 풀어라.

(완전제곱식)$=0$의 꼴로 나타내어지면 그 이차방정식은 중근을 가진다.

(1) $x^2-14x+49=0$

(2) $x^2-3x+9=5x-7$

(3) $(x-2)^2=x$

(4) $2(3-2x)=2-x^2$

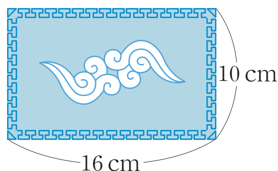
제곱근을 이용하여 이차방정식은 어떻게 푸는가?

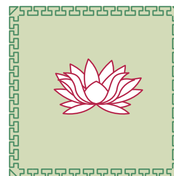
생각 열기 **전통 문양**

우리나라의 옛날 건축물이나 생활용품에서 용 문양이나 연꽃 문양, 도깨비 문양 등과 같이 다양하고 아름다운 전통 문양을 발견할 수 있는데, 이러한 문양은 오늘날에도 다양하게 활용되고 있다.



탐구 활동 **다음 그림과 같이 문양을 그려 넣은 직사각형 모양과 정사각형 모양의 타일이 있다. 두 타일의 넓이가 같을 때, 물음에 답하여 보자.**





1. 직사각형 모양의 타일의 넓이를 구하여 보자.

2. 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이를 x cm로 놓고, 넓이에 관한 방정식을 세운 후 x의 값을 구하여 보자.

제곱근을 이용하여 이차방정식 $x^2-5=0$을 풀어 보자.

이차방정식 $x^2-5=0$에서 -5를 우변으로 이항하면

$$x^2=5$$

이므로 이 식을 참이 되게 하는 x의 값은 5의 제곱근이다.

따라서 이차방정식 $x^2-5=0$의 근은

$$x=\sqrt{5} \text{ 또는 } x=-\sqrt{5}$$

이다.

$x=\sqrt{5}$ 또는 $x=-\sqrt{5}$를 간단히 $x=\pm\sqrt{5}$로 나타내기도 한다.

일반적으로 다음이 성립한다.

> $a>0$일 때, 이차방정식 $x^2=a$의 근은
> $x=\sqrt{a}$ 또는 $x=-\sqrt{a}$

예제 05

이차방정식 $4x^2-7=0$을 풀어라.

풀이 $4x^2-7=0$에서 -7을 우변으로 이항하면

$$4x^2=7$$

양변을 4로 나누면

$$x^2=\frac{7}{4}$$

$$x=\pm\sqrt{\frac{7}{4}}=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$$

답 $x=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$

문제 5

다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $9x^2-2=0$

(2) $2x^2-10=0$

(3) $16x^2=4$

(4) $27x^2=9$

예제 06

제곱근을 이용하여 이차방정식 $(x-1)^2=5$를 풀어라.

$x=1\pm\sqrt{5}$는 $x=1+\sqrt{5}$ 또는 $x=1-\sqrt{5}$를 나타낸다.

풀이 $(x-1)^2=5$에서 $x-1$은 5의 제곱근이므로

$$x-1=\pm\sqrt{5}$$

좌변의 -1을 우변으로 이항하면

$$x=1\pm\sqrt{5}$$

답 $x=1\pm\sqrt{5}$

문제 6

제곱근을 이용하여 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $(x-3)^2=25$

(2) $(x+1)^2=12$

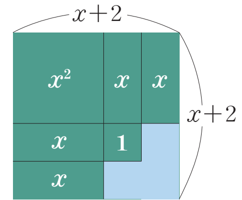
(3) $4(x+5)^2-8=0$

(4) $9(x-2)^2=7$

완전제곱식을 이용하여 이차방정식은 어떻게 푸는가?

탐구 활동

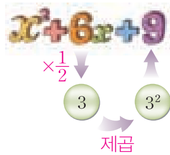
오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 $x+2$인 정사각형 모양의 바닥을 넓이가 x^2, x, 1인 대수 타일로 덮으려고 한다. 물음에 답하여 보자.



1. 정사각형을 모두 덮으려면 대수 타일 **1** 은 몇 개가 더 필요한가?

2. **1**의 결과를 다음과 같이 식으로 나타내었을 때, □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

$$x^2+4x+1+\square=(x+2)^2$$



● 다항식의 제곱으로 된 식이나 이 식에 상수를 곱한 식을 완전제곱식이라고 한다.

완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2+6x+1=0$을 풀어 보자.

이차방정식 $x^2+6x+1=0$에서 1을 우변으로 이항하면

$$x^2+6x=-1$$

이다.

이제 좌변을 완전제곱식으로 만들기 위하여 x의 계수 6의 $\frac{1}{2}$인 3을 제곱한 값 9를 양변에 더하면

$$x^2+6x+9=-1+9$$

이므로 좌변을 완전제곱식으로 나타내면

$$(x+3)^2=8$$

이다. 따라서 제곱근을 이용하면

$$x+3=\pm2\sqrt{2}$$

이므로 구하는 이차방정식의 근은

$$x=-3\pm2\sqrt{2}$$

이다.

문제 7 다음은 주어진 이차방정식을 $(x+p)^2=q$의 꼴로 만드는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

(1) $x^2+4x=2$

$x^2+4x+\square=2+\square$

$(x+\square)^2=\square$

(2) $x^2-x=1$

$x^2-x+\square=1+\square$

$(x-\square)^2=\square$

예제 07

완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2-8x+6=0$ (2) $x^2+3x+1=0$

좌변을 완전제곱식으로 만든다.

풀이 (1) $x^2-8x+6=0$

$x^2-8x=-6$ ← 상수항을 우변으로 이항한다.

$x^2-8x+16=-6+16$ ← $\left(-8\times\frac{1}{2}\right)^2=16$을 양변에 더한다.

$(x-4)^2=10$ ← 좌변을 완전제곱식으로 고친다.

$x-4=\pm\sqrt{10}$ ← 제곱근을 구한다.

$x=4\pm\sqrt{10}$ ← 이차방정식의 근을 구한다.

(2) $x^2+3x+1=0$

$x^2+3x=-1$ ← 상수항을 우변으로 이항한다.

$x^2+3x+\frac{9}{4}=-1+\frac{9}{4}$ ← $\left(3\times\frac{1}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$를 양변에 더한다.

$\left(x+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$ ← 좌변을 완전제곱식으로 고친다.

$x+\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$ ← 제곱근을 구한다.

$x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$ ← 이차방정식의 근을 구한다.

답 (1) $x=4\pm\sqrt{10}$ (2) $x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$

문제 8

완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2+4x-3=0$ (2) $x^2-6x+1=0$

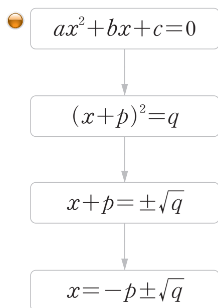
(3) $x^2-10x+20=0$ (4) $x^2+x-3=0$

이차방정식의 근의 공식이란 무엇인가?

탐구 활동 이차방정식 $2x^2+5x+1=0$에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1. 방정식의 양변을 적당한 수로 나누어 x^2의 계수가 1이 되도록 고쳐 보자.
2. 1에서 고친 방정식을 $(x+\square)^2=$(수)의 꼴로 고치는 방법을 말하여 보자.

이차방정식 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$의 해는 완전제곱식을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.



❶ 양변을 x^2의 계수 a로 나눈다.

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

❷ 상수항을 우변으로 이항한다.

$$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$$

❸ x의 계수 $\frac{b}{a}$의 $\frac{1}{2}$의 제곱인 $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$을 양변에 더하여 좌변을 완전제곱식으로 고친다.

$$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

❹ 제곱근을 구한다. (단, $b^2-4ac\geq0$)

$$x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

❺ 이차방정식의 근을 구한다.

$$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

이상에서 다음과 같은 이차방정식의 **근의 공식**을 얻을 수 있다.

> **이차방정식의 근의 공식**
>
> x에 관한 이차방정식 $ax^2+bx+c=0\,(a\neq0)$의 근은
>
> $$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\quad (\text{단, } b^2-4ac\geq0)$$

근의 공식에서 $b^2-4ac<0$ 이면 제곱근을 구할 수 없으므로 근이 없게 된다.

예제 08 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $x^2+2x-5=0$을 풀어라.

풀이 근의 공식에 $a=1$, $b=2$, $c=-5$를 대입하면

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times1\times(-5)}}{2\times1}=\frac{-2\pm\sqrt{24}}{2}=\frac{-2\pm2\sqrt{6}}{2}$$

$$=-1\pm\sqrt{6}$$

답 $x=-1\pm\sqrt{6}$

문제 9 근의 공식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2+3x-5=0$ (2) $5x^2-8x+1=0$

예제 09

근의 공식을 이용하여 이차방정식 $\frac{1}{2}x^2+x-\frac{1}{3}=0$을 풀어라.

계수가 분수나 소수인 이차방정식을 풀 때에는 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고친 후 근의 공식을 이용하면 편리하다.

풀이 $\frac{1}{2}x^2+x-\frac{1}{3}=0$의 양변에 6을 곱하면 $3x^2+6x-2=0$

근의 공식에 $a=3$, $b=6$, $c=-2$를 대입하면

$$x=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\times3\times(-2)}}{2\times3}=\frac{-6\pm\sqrt{60}}{6}=\frac{-6\pm2\sqrt{15}}{6}$$

$$=\frac{-3\pm\sqrt{15}}{3}$$

답 $x=\frac{-3\pm\sqrt{15}}{3}$

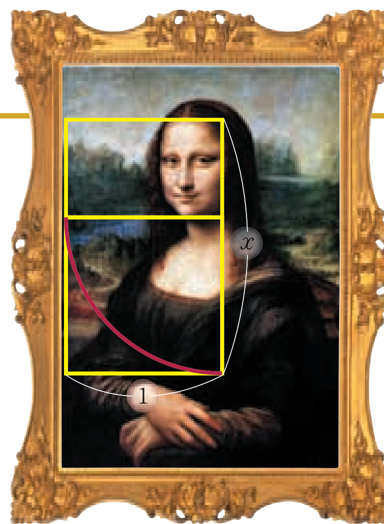
문제 10 근의 공식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2+\frac{1}{2}x=\frac{3}{4}$ (2) $0.3x^2-x=-0.6$

단원 과제

앞의 단원 과제에 대하여 다음을 해결하여 보자.

가장 안정적이고 이상적인 비로 알려진 황금비는 레오나르도 다빈치의 작품인 모나리자에서도 찾아볼 수 있다. 오른쪽 그림의 직사각형에서 가장 크게 정사각형을 도려내고 남은 부분이 처음 직사각형과 닮은꼴이 되어 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 비가 황금비가 된다. 이를 이용하여 x의 값을 구하는 방법을 설명하여 보자.



〈출처: http://www.louvre.fr〉

03

이차함수의 뜻

● 이차함수의 뜻을 안다.

이차함수란 무엇인가?

생각 열기

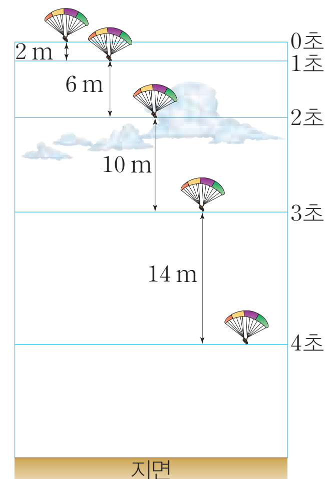
스카이다이빙(skydiving)



스카이다이빙은 고도 900~4000 m의 상공에서 뛰어내려 낙하산을 펴지 않고 여러 가지 기술을 보이거나 균형을 유지하며 낙하하다가 지상 가까이에서 낙하산을 펴서 착지하는 스포츠이다. 경기 종목으로는 공중에서 정해진 동작을 빠르고 정확하게 하는 선수가 우승하는 스타일 강하와 목표 지점에 가장 가까이 착지하는 선수가 우승하는 정밀 강하 등이 있다.

탐구 활동

오른쪽 그림은 지상 1500 m 높이에서 낙하한 스카이다이버가 지상 1000 m 높이에서 낙하산을 펴서 내려오는 모습을 1초 간격으로 촬영하여 그 내려간 거리를 나타낸 것이다. 스카이다이버가 낙하산을 편 지 x초 후의 높이를 y m라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.



1. 다음 표를 완성하여 보자.

x(초)	0	1	2	3	4
y(m)	1000		992		

2. y가 x의 함수인지 말하여 보자.

탐구 활동에서 두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 정해지면 y의 값이 단 하나로 정해지므로 y는 x의 함수이다.

이때 x와 y 사이의 관계식은

$$y=-2x^2+1000$$

으로 나타낼 수 있고, y는 x에 관한 이차식이 된다.

일반적으로 함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 관한 이차식

$$y=ax^2+bx+c\ (a\neq0,\ a,\ b,\ c\text{는 상수})$$

로 나타내어질 때, 이 함수 $y=f(x)$를 **이차함수**라고 한다.

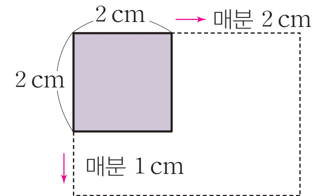
y는 x에 관한 이차함수
⇨ $y=$(x에 관한 이차식)

보기 함수 $y=x^2+2x-4$, $y=-2x^2+3$, $y=\frac{1}{3}x^2$은 y가 x에 관한 이차식으로 나타내어지므로 모두 이차함수이다.

참고 이차함수의 x값과 y값의 범위가 주어지지 않았을 때에는 이를 실수 전체로 생각한다.

예제 01

한 변의 길이가 2 cm인 정사각형에서 가로의 길이는 매분 2 cm씩, 세로의 길이는 매분 1 cm씩 동시에 늘어난다고 한다. x분 후 직사각형의 넓이를 y cm^2라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.



(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) y는 x에 관한 이차함수인가?

풀이 (1) x분 후 직사각형의 가로, 세로의 길이는 각각 $(2+2x)$ cm, $(2+x)$ cm이므로 직사각형의 넓이는 $y=(2+2x)(2+x)$이다.
따라서 $y=2x^2+6x+4$이다.

(2) y가 x에 관한 이차식으로 나타내어지므로 y는 x에 관한 이차함수이다.

답 (1) $y=2x^2+6x+4$ (2) 이차함수이다.

문제 1 다음에서 y를 x에 관한 식으로 나타내고, 이차함수인 것을 모두 찾아라.

(1) 둘레의 길이가 12 cm인 직사각형의 가로의 길이는 x cm이고, 넓이는 y cm^2이다.

(2) 한 모서리의 길이가 x cm인 정육면체의 부피는 y cm^3이다.

(3) 시속 3 km로 걸어서 x시간 동안 간 거리는 y km이다.

(4) 반지름의 길이가 x cm인 구의 겉넓이는 y cm^2이다.

예제 02 이차함수 $y=f(x)$에서 $f(x)=x^2-x-2$라고 할 때, 다음을 구하여라.

(1) $f(-3)$ (2) $f\left(\frac{1}{2}\right)$

풀이 (1) $f(-3)=(-3)^2-(-3)-2$
$=9+3-2=10$

(2) $f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}-2$
$=\frac{1}{4}-\frac{1}{2}-2=-\frac{9}{4}$

답 (1) 10 (2) $-\frac{9}{4}$

문제 2 이차함수 $y=-4x^2+2x+1$에서 x의 값이 0, 1, 2, 3일 때, 각 x의 값에 대한 함숫값을 구하여라.

문제 3 이차함수 $y=2x^2+bx+c$에 대하여 $x=1$일 때 $y=0$이고, $x=2$일 때 $y=9$라고 한다. $x=0$일 때 y의 값을 구하여라.

발전

문제 4 이차함수 $f(x)=3x^2+a$에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(1) $f(a)=10$을 만족시키는 a의 값을 모두 구하여라.

(2) x의 값이 -1, 0, 1일 때, 각 x의 값에 대한 함숫값의 총합을 9라고 하자. 이때 a의 값을 구하여라.

사고력 기르기

추론
▶ 의사소통
문제 해결

문제 1과 같이 y를 x에 관한 식으로 나타내면 이차함수가 되는 예를 찾아 말하여 보자.

04 이차함수 $y=ax^2$의 그래프

● 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 그리고, 그 성질을 이해한다.

이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 어떻게 그리는가?

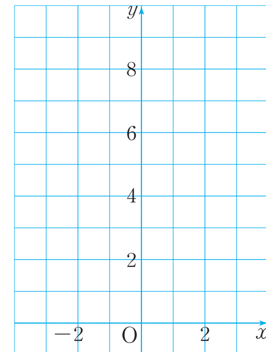
탐구 활동 **이차함수 $y=x^2$에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.**

1. 다음 표를 완성하여 보자.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

2. **1**에서 구한 순서쌍 $(x,\ y)$를 오른쪽 좌표평면 위에 나타내어 보자.

3. x값의 범위가 실수 전체일 때, 이차함수 $y=x^2$의 그래프는 어떤 모양이 될지 추측하여 보자.



탐구 활동에서 x의 값이 $-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$일 때, 이차함수 $y=x^2$의 그래프에 대하여 알아보았다.

이제 x값의 범위가 실수 전체일 때, 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 그려 보자.

먼저 이차함수 $y=x^2$에서 x의 값이

$$-3,\ -2.5,\ -2,\ -1.5,\ -1,\ -0.5,\ 0,\ 0.5,\ 1,\ 1.5,\ 2,\ 2.5,\ 3$$

일 때, x의 값에 대한 y의 값을 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

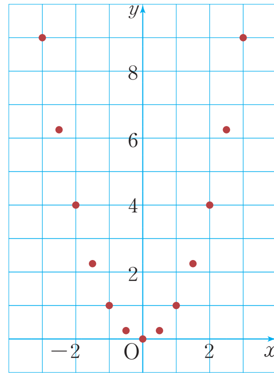
x	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
y	9	6.25	4	2.25	1	0.25	0	0.25	1	2.25	4	6.25	9

이 표에서 얻어지는 순서쌍 (x, y)를 좌표평면 위에 나타내면 〈그림 1〉과 같다.

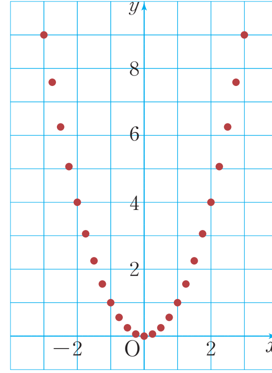
또 x의 값이 -3에서 3까지 0.25의 간격으로 변해 갈 때, 그 각각에 대응하는 y의 값을 구하여 순서쌍 (x, y)를 좌표평면 위에 나타내면 〈그림 2〉와 같다.

이와 같은 방법으로 x값의 간격을 좁혀서 더 많은 점을 표시해 나가면 이차함수 $y=x^2$의 그래프는 〈그림 3〉과 같이 매끈한 곡선으로 나타난다.

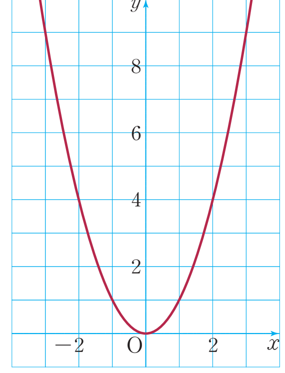
● 이차함수의 그래프는 두 점만으로는 그래프를 그리기 힘들다. 따라서 여러 개의 점을 찾아 이를 최대한 매끄러운 곡선으로 잇는다.



〈그림 1〉



〈그림 2〉



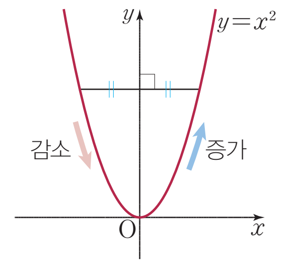
〈그림 3〉

위의 그림에서 이차함수 $y=x^2$의 그래프는 원점을 지나고, 아래로 볼록하다.

또 x의 값이 -1과 1처럼 절댓값이 같고 부호가 반대일 때, 각각에 대응하는 y의 값은 같다. 즉, 이 그래프는 y축에 대칭임을 알 수 있다.

● y축에 대칭이라는 말은 y축을 중심으로 그래프를 접었을 때, 그래프가 완전히 포개어진다는 말이다.

한편 이차함수 $y=x^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 x의 값이 음수이면 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하고, x의 값이 양수이면 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가함을 알 수 있다.



이상을 정리하면 다음과 같다.

이차함수 $y=x^2$의 그래프

(1) 원점을 지나고, 아래로 볼록하다.
(2) y축에 대칭이다.
(3) $x<0$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하고,
$x>0$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가한다.

● 이차함수 $y=x^2$의 그래프에서 원점 이외의 부분은 모두 x축보다 위쪽에 있다.

이차함수 $y=x^2$의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=ax^2\ (a>0)$의 그래프를 그릴 수 있다.

예제 01

이차함수 $y=x^2$의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=2x^2$의 그래프를 그려라.

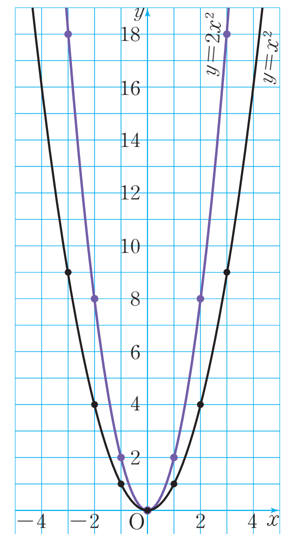
이차함수 $y=ax^2\ (a>0)$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프의 각 점에 대하여 y좌표를 a배로 하는 점을 잡아 그리면 된다.

풀이 x의 여러 가지 값에 대응하는 x^2, $2x^2$의 값을 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
x^2	$\cdots$	9	4	1	0	1	4	9	$\cdots$
$2x^2$	$\cdots$	18	8	2	0	2	8	18	$\cdots$

위의 표에서 x의 각 값에 대하여 $2x^2$의 값은 항상 x^2의 값의 2배임을 알 수 있다. 따라서 이차함수 $y=2x^2$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프의 각 점의 y좌표를 2배로 하는 점을 잡아서 그리면 된다.

이때 이차함수 $y=2x^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 원점을 지나고 아래로 볼록하며, y축에 대칭인 매끈한 곡선이 된다.



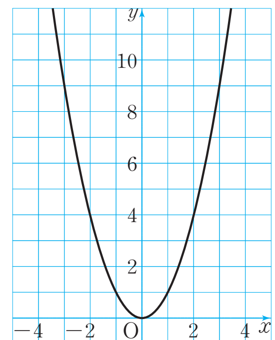
문제 1

오른쪽 그림은 이차함수 $y=x^2$의 그래프이다. 이것을 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=\frac{1}{2}x^2$

(2) $y=3x^2$

(3) $y=\frac{1}{4}x^2$



문제 2

문제 1에서 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나열하여라.

이차함수 $y=ax^2$ $(a>0)$의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=-ax^2$ $(a>0)$의 그래프를 그릴 수 있다.

예제 02 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=-x^2$의 그래프를 그려라.

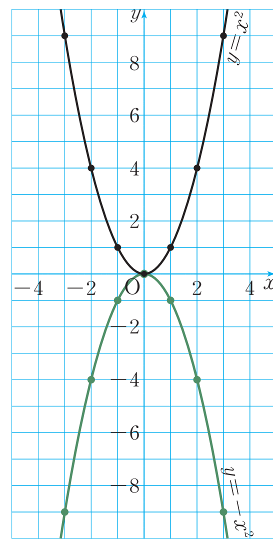
이차함수 $y=-ax^2$의 그래프는 $y=ax^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프를 그리면 된다.

풀이 x의 여러 가지 값에 대응하는 x^2, $-x^2$의 값을 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
x^2	…	9	4	1	0	1	4	9	…
$-x^2$	…	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9	…

위의 표에서 x의 각 값에 대하여 $-x^2$의 값은 항상 x^2의 값과 절댓값이 같고 부호가 반대임을 알 수 있다. 따라서 이차함수 $y=-x^2$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프를 그리면 된다.

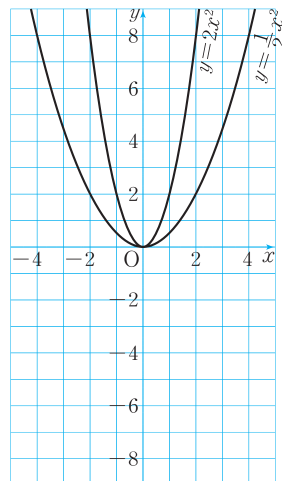
이때 이차함수 $y=-x^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 원점을 지나고 위로 볼록하며, y축에 대칭인 매끈한 곡선이 된다.



문제 3 오른쪽 그림은 이차함수 $y=2x^2$과 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프이다. 이것을 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=-2x^2$

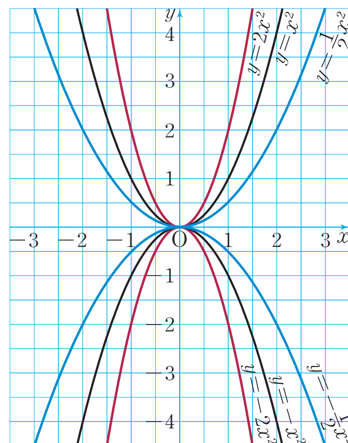
(2) $y=-\frac{1}{2}x^2$

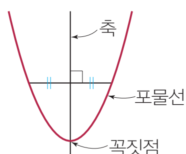


오른쪽 그림에서 알 수 있듯이 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 $a>0$일 때에는 아래로 볼록하고, $a<0$일 때에는 위로 볼록한 곡선이다.

또 a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아지고, 항상 y축에 대칭이다.

한편 이차함수 $y=ax^2$과 $y=-ax^2$의 그래프는 x축에 서로 대칭이다.





이차함수 $y=ax^2$의 그래프와 같은 모양의 곡선을 **포물선**이라고 한다. 포물선은 한 직선에 대칭인 도형으로 그 직선을 포물선의 **축**이라 하고, 포물선과 축의 교점을 포물선의 **꼭짓점**이라고 한다.

따라서 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 y축을 축으로 하고, 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

일반적으로 이차함수 $y=ax^2$의 그래프에 대하여 다음을 알 수 있다.

이차함수 $y=ax^2$ $(a\neq 0)$의 그래프

(1) 원점을 꼭짓점으로 하고, y축을 축으로 하는 포물선이다.

(2) $a>0$이면 아래로 볼록하고, $a<0$이면 위로 볼록하다.

(3) a의 절댓값이 클수록 포물선의 폭이 좁아진다.

(4) $y=-ax^2$의 그래프와 x축에 대칭이다.



문제 4 다음 이차함수의 그래프 중에서 아래로 볼록한 것을 모두 찾아라.

㉠ $y=3x^2$	㉡ $y=-5x^2$
㉢ $y=-\frac{1}{2}x^2$	㉣ $y=\frac{1}{3}x^2$

문제 5 문제 4에서 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나열하여라.

05 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

● 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프를 그리고, 그 성질을 이해한다.

이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프는 어떻게 그리는가?

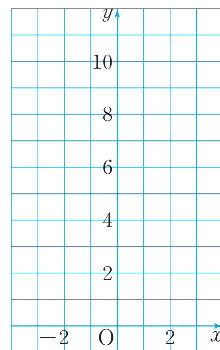
탐구 활동 **두 이차함수 $y=x^2$과 $y=x^2+3$에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.**

1. 다음 표를 완성하여 보자.

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
x^2	…								…
x^2+3	…								…

2. 두 이차함수의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그려 보자.

3. 투명 종이에 $y=x^2$의 그래프를 옮겨 그린 후 y축의 방향으로 얼마만큼 이동시키면 $y=x^2+3$의 그래프와 겹치게 할 수 있는지 알아보자.

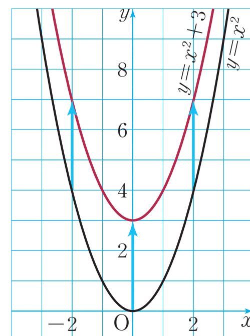


이차함수 $y=x^2+3$의 그래프를 그려 보자.

탐구 활동의 표에서 x의 각 값에 대하여 x^2+3의 값은 항상 x^2의 값보다 3만큼 크다는 것을 알 수 있다.

따라서 이차함수 $y=x^2+3$의 그래프는 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

그러므로 이차함수 $y=x^2+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 y축을 축으로 하고, 점 $(0, 3)$을 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.



P.117 한 도형을 일정한 방향으로 일정한 거리만큼 옮기는 것을 평행이동이라고 한다.

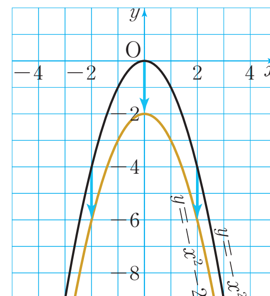
일반적으로 이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프에 대하여 다음을 알 수 있다.

이차함수 $y=ax^2+q$ $(a\neq0)$의 그래프

(1) 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.
(2) y축을 축으로 하고, 점 $(0,\ q)$를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

예제 01 이차함수 $y=-x^2$의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=-x^2-2$의 그래프를 그려라.

풀이 이차함수 $y=-x^2-2$의 그래프는 $y=-x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.
따라서 이차함수 $y=-x^2-2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 y축을 축으로 하고, 점 $(0,\ -2)$를 꼭짓점으로 하는 위로 볼록한 포물선이다.



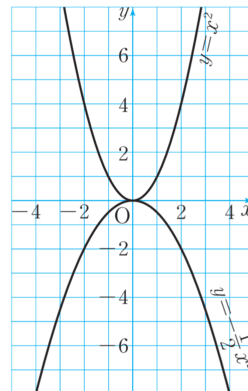
문제 1 다음 이차함수의 그래프는 이차함수 $y=4x^2$의 그래프를 어떻게 평행이동한 것인가?

(1) $y=4x^2-5$　　　(2) $y=4x^2+1$

문제 2 오른쪽 그림은 두 이차함수 $y=x^2$과 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프이다. 이것을 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=x^2-4$

(2) $y=-\frac{1}{2}x^2+2$



발전 **문제 3** 다음 이차함수의 그래프를 y축의 방향으로 [ ] 안의 값만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식을 구하고, 그 함수가 나타내는 포물선의 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

(1) $y=x^2$ [4]　　　(2) $y=-\frac{1}{3}x^2$ [-2]

이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프는 어떻게 그리는가?

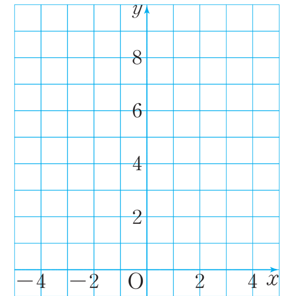
탐구 활동 두 이차함수 $y=x^2$과 $y=(x-2)^2$에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1. 다음 표를 완성하여 보자.

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
x^2	$\cdots$								$\cdots$
$(x-2)^2$	$\cdots$								$\cdots$

2. 두 이차함수의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그려 보자.

3. 투명 종이에 $y=x^2$의 그래프를 옮겨 그린 후 x축의 방향으로 얼마만큼 이동시키면 $y=(x-2)^2$의 그래프와 겹치게 할 수 있는지 알아보자.

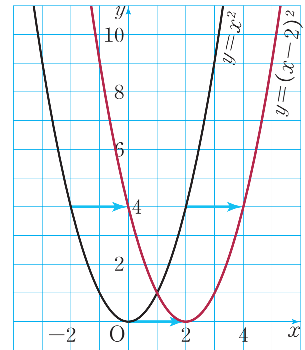


이차함수 $y=(x-2)^2$의 그래프를 그려 보자.

탐구 활동의 표에서 x의 값이 $-3, -2, -1, 0, 1$일 때의 x^2의 값과 x의 값이 $-1, 0, 1, 2, 3$일 때의 $(x-2)^2$의 값은 각각 서로 같음을 알 수 있다.

따라서 이차함수 $y=(x-2)^2$의 그래프는 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

그러므로 이차함수 $y=(x-2)^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 직선 $x=2$를 축으로 하고, 점 $(2, 0)$을 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.



● 직선 $x=2$는 y축에 평행한 직선이다.

일반적으로 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프에 대하여 다음을 알 수 있다.

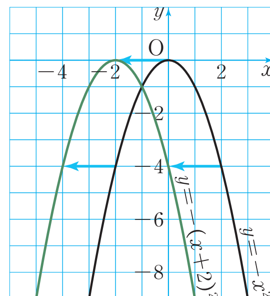
이차함수 $y=a(x-p)^2$ $(a\neq0)$의 그래프

(1) 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 것이다.
(2) 직선 $x=p$를 축으로 하고, 점 $(p, 0)$을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

● $y=a(x-p)^2$의 그래프는 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 $-p$만큼이 아닌 p만큼 평행이동한 것이다.

예제 02 이차함수 $y=-x^2$의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=-(x+2)^2$의 그래프를 그려라.

풀이 이차함수 $y=-(x+2)^2$의 그래프는 $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.
따라서 이차함수 $y=-(x+2)^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 직선 $x=-2$를 축으로 하고, 점 $(-2,\ 0)$을 꼭짓점으로 하는 위로 볼록한 포물선이다.



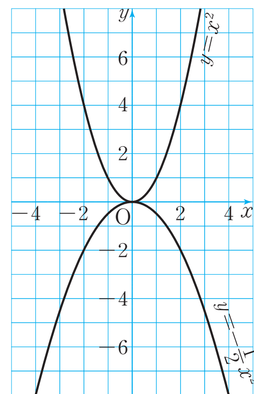
문제 4 다음 이차함수의 그래프는 이차함수 $y=3x^2$의 그래프를 어떻게 평행이동한 것인가?

(1) $y=3(x+1)^2$　　(2) $y=3(x-5)^2$

문제 5 오른쪽 그림은 이차함수 $y=x^2$과 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프이다. 이것을 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=(x+3)^2$

(2) $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2$



발전

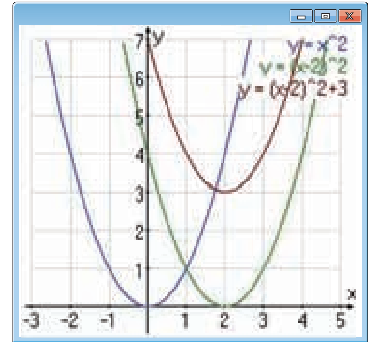
문제 6 다음 이차함수의 그래프를 x축의 방향으로 [ ] 안의 값만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식을 구하고, 그 함수가 나타내는 포물선의 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

(1) $y=2x^2$ [1]　　(2) $y=-\frac{1}{4}x^2$ [−3]

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 어떻게 그리는가?

탐구 활동

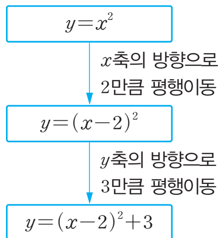
오른쪽 그림은 컴퓨터 프로그램을 이용하여 이차함수 $y=x^2$, $y=(x-2)^2$, $y=(x-2)^2+3$의 그래프를 그린 것이다. 다음 물음에 답하여 보자.



1. 이차함수 $y=(x-2)^2$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프를 어떻게 평행이동한 것인가?

2. 이차함수 $y=(x-2)^2+3$의 그래프는 $y=(x-2)^2$의 그래프를 어떻게 평행이동한 것인가?

3. 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 어떻게 평행이동하면 $y=(x-2)^2+3$의 그래프와 겹치게 할 수 있는지 말하여 보자.

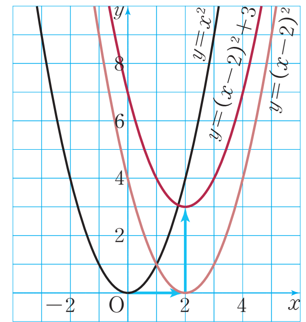


이차함수 $y=(x-2)^2+3$의 그래프를 그려 보자.

이차함수 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 후 이것을 다시 y축의 방향으로 3만큼 평행이동하면 $y=(x-2)^2+3$의 그래프가 된다.

즉, 이차함수 $y=(x-2)^2+3$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

따라서 이차함수 $y=(x-2)^2+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 직선 $x=2$를 축으로 하고, 점 $(2,\ 3)$을 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.



일반적으로 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프에 대하여 다음을 알 수 있다.

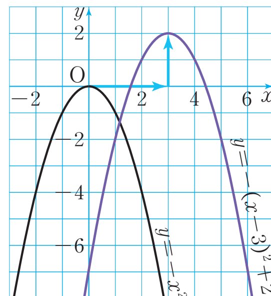
이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ $(a\neq 0)$의 그래프

(1) 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.

(2) 직선 $x=p$를 축으로 하고, 점 $(p,\ q)$를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

예제 03

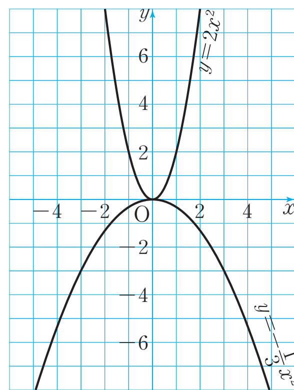
이차함수 $y=-x^2$의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=-(x-3)^2+2$의 그래프를 그려라.



풀이 이차함수 $y=-(x-3)^2+2$의 그래프는 $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

따라서 이차함수 $y=-(x-3)^2+2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 직선 $x=3$을 축으로 하고, 점 $(3,\ 2)$를 꼭짓점으로 하는 위로 볼록한 포물선이다.

문제 7 오른쪽 그림은 두 이차함수 $y=2x^2$과 $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프이다. 이것을 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그려라.



(1) $y=2(x-3)^2-4$

(2) $y=-\frac{1}{3}(x+2)^2+2$

발전

문제 8 다음 이차함수의 그래프를 x축, y축의 방향으로 각각 [ ] 안의 값만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식을 구하여라. 또 그 함수가 나타내는 포물선의 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

포물선의 축을 직선의 방정식으로 나타낸 것을 축의 방정식이라고 한다.

(1) $y=x^2$ $[-2,\ 1]$

(2) $y=3x^2$ $[3,\ -2]$

(3) $y=\frac{1}{2}x^2$ $[-1,\ -2]$

(4) $y=-2x^2$ $[1,\ 2]$

사고력 기르기

추론

▶ 의사소통

문제 해결

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프를 좌표평면 위에 나타낼 때, a, p, q의 부호에 따라 그래프가 제 몇 사분면 위에 있는지 토의하여 보자. (단, $a\neq0$, $p\neq0$, $q\neq0$)

06 이차함수의 그래프의 성질

- 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프를 그리고, 그 성질을 이해한다.
- 이차함수의 최댓값, 최솟값을 구할 수 있다.

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에는 어떤 성질이 있는가?

생각 열기

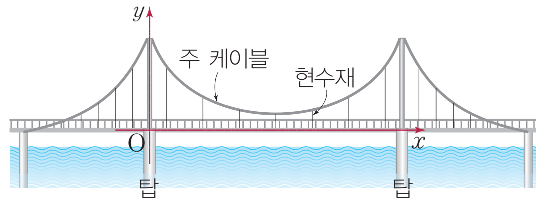
현수교



현수교는 두 개의 탑에 주 케이블을 걸친 후, 그 케이블에 현수재로 상판을 매달아 만든 다리이다. 현수교의 기원은 산악 지대의 원시 민족들이 덩굴을 나무에 매달아 계곡을 건너가는 수단으로 사용한 것이라고 할 수 있다. 우리나라의 이순신 대교, 남해 대교, 영종 대교, 미국의 금문교 등이 바로 현수교이다.

탐구 활동

다음 그림과 같이 현수교의 주 케이블이 이차함수의 그래프인 포물선 모양이고, 왼쪽 탑으로부터의 수평 거리를 x m, 도로에서 주 케이블까지의 높이를 y m라고 할 때, x와 y 사이에는 $y=x^2-20x+105$인 관계가 있다고 하자. 이때 주 케이블의 모양이 어떤 포물선의 일부인지 알아보기 위하여 물음에 답하여 보자.



1. 다음은 주어진 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 고치는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

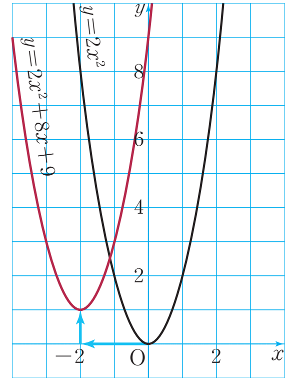
$$\begin{aligned} y&=x^2-20x+105 \\ &=(x^2-20x+\square-\square)+105 \\ &=(x^2-20x+\square)-\square+105 \\ &=(x-\square)^2+\square \end{aligned}$$

2. **1**을 이용하여 이차함수 $y=x^2-20x+105$의 그래프는 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 어떻게 평행이동한 것인지 말하여 보자.

이차함수 $y=2x^2+8x+9$의 그래프를 그려 보자.

$y=2x^2+8x+9$의 우변을 (완전제곱식)+(상수항)의 꼴로 바꾸면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y&=2x^2+8x+9 \\ &=2(x^2+4x)+9 \\ &=2(x^2+4x+4)-8+9 \\ &=2(x+2)^2+1 \end{aligned}$$



이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.

따라서 이차함수 $y=2x^2+8x+9$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

그러므로 이차함수 $y=2x^2+8x+9$의 그래프는 직선 $x=-2$를 축으로 하고, 점 $(-2,\ 1)$을 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.

또 $x=0$일 때, $y=9$이므로 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ 9)$이다.

일반적으로 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 다음과 같은 성질이 있다.

이차함수 $y=ax^2+bx+c\ (a\neq0)$의 그래프

(1) $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸어서 그린 그래프와 같다.

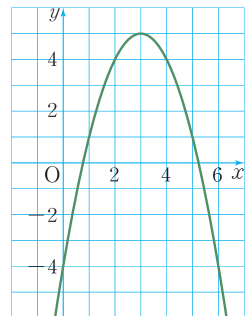
(2) y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ c)$이다.

예제 01 이차함수 $y=-x^2+6x-4$의 그래프를 그려라.

$y=-x^2+6x-4$를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸어야 한다.

풀이

$$\begin{aligned} y&=-x^2+6x-4 \\ &=-(x^2-6x)-4 \\ &=-(x^2-6x+9)+9-4 \\ &=-(x-3)^2+5 \end{aligned}$$

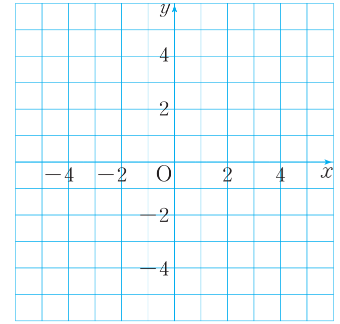


따라서 이차함수 $y=-x^2+6x-4$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 직선 $x=3$을 축으로 하고, 점 $(3,\ 5)$를 꼭짓점으로 하며 점 $(0,\ -4)$를 지나는 위로 볼록한 포물선이다.

문제 1 다음 이차함수의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그려라. 또 이 그래프의 꼭짓점의 좌표와 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표를 구하여라.

(1) $y=2x^2-4x+4$

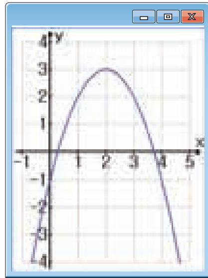
(2) $y=-3x^2-6x-2$



예제 02

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 점 $(4,\ -1)$을 지나고 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 3)$일 때, 이 이차함수의 식을 구하여라.

다음은 컴퓨터를 이용하여 주어진 이차함수의 그래프를 그린 것이다.



풀이 주어진 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 3)$이므로 구하는 이차함수의 식은

$$y=a(x-2)^2+3 \qquad \cdots\cdots ①$$

의 꼴로 나타낼 수 있다.

또 이 그래프가 점 $(4,\ -1)$을 지나므로 ①에 $x=4$, $y=-1$을 대입하면

$$-1=a(4-2)^2+3$$

$$4a=-4,\ a=-1$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-(x-2)^2+3$이므로

$$y=-x^2+4x-1$$

답 $y=-x^2+4x-1$

문제 2 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 점 $(-1,\ 5)$를 지나고 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 3)$일 때, 이 이차함수의 식을 구하여라.

창의 up

이차함수 $y=-x^2-8x-10$의 그래프의 꼭짓점이 이차함수 $y=\frac{1}{4}x^2-k$의 그래프 위에 있을 때, k의 값을 구하는 방법을 설명하여라.

이차함수의 최댓값과 최솟값은 어떻게 구하는가?

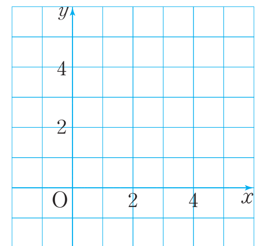
탐구 활동

포물선을 그리면서 떨어지는 어떤 분수의 물줄기에 대하여 분출구에서부터의 수평 거리를 x m, 물줄기의 높이를 y m라고 할 때, x와 y 사이에는 $y=-5x^2+10x$인 관계가 성립한다고 하자. 다음 물음에 답하여 보자.



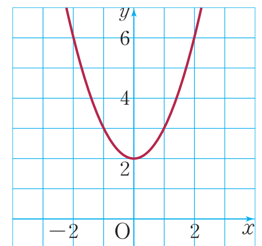
1. 이차함수 $y=-5x^2+10x$의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그려 보자.

2. 물줄기가 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 말하여 보자.



이차함수 $y=x^2+2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 2)$이고, 아래로 볼록한 포물선이다.

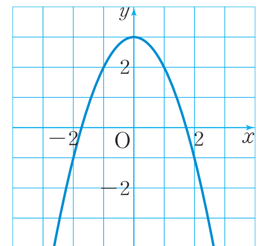
따라서 이차함수 $y=x^2+2$의 함숫값 중에서 가장 작은 값은 $x=0$일 때, $y=2$이다.



$y=x^2+2$에서 x의 값이 한없이 커지거나 작아질 때, y의 값은 한없이 커지므로 가장 큰 함숫값은 없다.

이차함수 $y=-x^2+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 3)$이고, 위로 볼록한 포물선이다.

따라서 이차함수 $y=-x^2+3$의 함숫값 중에서 가장 큰 값은 $x=0$일 때, $y=3$이다.



$y=-x^2+3$에서 x의 값이 한없이 커지거나 작아질 때, y의 값은 한없이 작아지므로 가장 작은 함숫값은 없다.

이와 같이 어떤 함수에서 x값의 범위에 대한 함숫값 중에서 가장 큰 값을 그 함수의 **최댓값**이라 하고, 가장 작은 값을 그 함수의 **최솟값**이라고 한다.

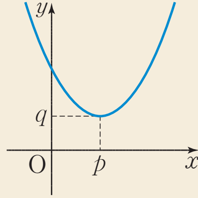
이를테면 이차함수 $y=x^2+2$의 최솟값은 $x=0$일 때 2이고, 최댓값은 없다. 또 이차함수 $y=-x^2+3$의 최댓값은 $x=0$일 때 3이고, 최솟값은 없다.

일반적으로 이차함수의 최댓값과 최솟값은 다음과 같이 구한다.

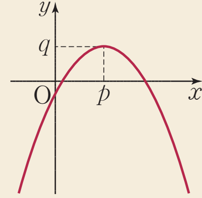
이차함수 $y=ax^2+bx+c$ $(a\neq0)$의 최댓값과 최솟값

이차함수 $y=ax^2+bx+c$를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸었을 때

(1) $a>0$인 경우
최솟값은 $x=p$일 때 q이고,
최댓값은 없다.



(2) $a<0$인 경우
최댓값은 $x=p$일 때 q이고,
최솟값은 없다.

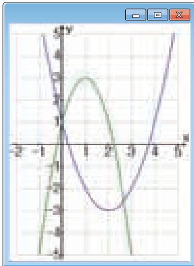


이차함수의 그래프가 아래로 볼록한 경우에는 최솟값만 있고, 위로 볼록한 경우에는 최댓값만 있다.

예제 03 다음 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구하고, 그때의 x의 값을 구하여라.

(1) $y=(x-2)^2-3$　　　　(2) $y=-2(x-1)^2+3$

다음은 컴퓨터를 이용하여 주어진 이차함수의 그래프를 그린 것이다.



풀이 (1) 이 함수의 그래프는 점 $(2,\ -3)$을 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다. 따라서 주어진 이차함수의 최솟값은 $x=2$일 때 -3이고, 최댓값은 없다.

(2) 이 함수의 그래프는 점 $(1,\ 3)$을 꼭짓점으로 하는 위로 볼록한 포물선이다. 따라서 주어진 이차함수의 최댓값은 $x=1$일 때 3이고, 최솟값은 없다.

답 (1) 최솟값은 $x=2$일 때 -3이고, 최댓값은 없다.
(2) 최댓값은 $x=1$일 때 3이고, 최솟값은 없다.

문제 3 다음 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구하고, 그때의 x의 값을 구하여라.

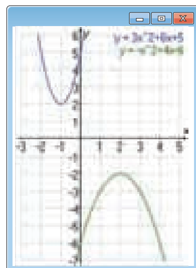
(1) $y=\frac{1}{2}(x-3)^2-4$　　　　(4) $y=-(x-2)^2+2$

예제 04

다음 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구하고, 그때의 x의 값을 구하여라.

(1) $y=3x^2+6x+5$ (2) $y=-x^2+4x-6$

다음은 컴퓨터를 이용하여 주어진 이차함수의 그래프를 그린 것이다.



풀이 (1) $y=3x^2+6x+5=3(x+1)^2+2$

이므로 이 함수의 그래프는 점 $(-1,\ 2)$를 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.

따라서 주어진 이차함수의 최솟값은 $x=-1$일 때 2이고, 최댓값은 없다.

(2) $y=-x^2+4x-6=-(x-2)^2-2$

이므로 이 함수의 그래프는 점 $(2,\ -2)$를 꼭짓점으로 하는 위로 볼록한 포물선이다.

따라서 주어진 이차함수의 최댓값은 $x=2$일 때 -2이고, 최솟값은 없다.

답 (1) 최솟값은 $x=-1$일 때 2이고, 최댓값은 없다.
(2) 최댓값은 $x=2$일 때 -2이고, 최솟값은 없다.

문제 4 다음 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구하고, 그때의 x의 값을 구하여라.

(1) $y=2x^2+8x+4$ (2) $y=-3x^2+6x-5$

발전

문제 5 최댓값은 $x=-2$일 때 10이고, 그래프가 점 $(-1,\ -3)$을 지나는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$의 꼴로 나타내어라.

정리 확인 학습

이차방정식과 그 해

(1) 이차방정식: 방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이

$$(x\text{에 관한 이차식})=0$$

의 꼴로 변형되는 방정식

(2) 이차방정식의 해: 미지수 x에 관한 이차방정식을 참이 되게 하는 x의 값

1 다음 중에서 $x=4$를 해로 가지는 이차방정식을 모두 찾아라.

(1) $x^2-2x-8=0$　　(2) $(x+4)(4x-1)=0$

(3) $3x^2=x^2+3$　　(4) $x(x-1)=2(x+2)$

이차방정식의 근의 공식

x에 관한 이차방정식 $ax^2+bx+c=0\,(a\neq0)$의 근은

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\ (\text{단, } b^2-4ac\geq0)$$

2 근의 공식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $3x^2+5x-1=0$　　(2) $\frac{x^2}{2}-x-2=0$

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

이차함수 $y=ax^2+bx+c\,(a\neq0)$의 그래프는

(1) $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸어서 그린 그래프와 같다.

→ $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.

→ 꼭짓점의 좌표: $(p,\ q)$

→ 축의 방정식: $x=p$

(2) y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ c)$이다.

3 이차함수 $y=x^2-2x-3$의 그래프에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(1) 주어진 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸어라.

(2) 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

이차함수의 최댓값과 최솟값

이차함수 $y=ax^2+bx+c\,(a\neq0)$를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸었을 때,

(1) $a>0$인 경우

최솟값은 $x=p$일 때 q이고, 최댓값은 없다.

(2) $a<0$인 경우

최댓값은 $x=p$일 때 q이고, 최솟값은 없다.

4 다음 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구하고, 그때의 x의 값을 구하여라.

(1) $y=2(x-3)^2-5$

(2) $y=-3(x+1)^2+4$

(3) $y=2x^2-4x$

(4) $y=-\frac{1}{3}x^2+2x+1$

용어와 기호 이차방정식, 완전제곱식, 중근, 근의 공식, 이차함수, 포물선, (포물선의) 축, (포물선의) 꼭짓점, 최댓값, 최솟값

대/단/원 평가 문제

선택형

1 x에 대한 두 방정식 $5x-3=3x+1$과 $a(2x-1)=8$의 해가 서로 같을 때, 상수 a의 값은?

① $\frac{8}{3}$　② 3　③ $\frac{10}{3}$
④ $\frac{11}{3}$　⑤ 4

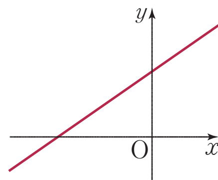
2 다음 중에서 일차함수 $y=-2x+5$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 기울기는 $\frac{1}{2}$이다.
② y절편은 -2이다.
③ x절편은 5이다.
④ 제2사분면을 지나지 않는다.
⑤ 일차함수 $y=-2x-3$의 그래프와 평행하다.

3 일차함수

$$y=-\frac{1}{b}x+\frac{c}{b}$$

의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중에서 옳은 것은?



① $b>0$, $c>0$　② $b>0$, $c<0$
③ $b<0$, $c<0$　④ $b<0$, $c>0$
⑤ $b>0$, $c=0$

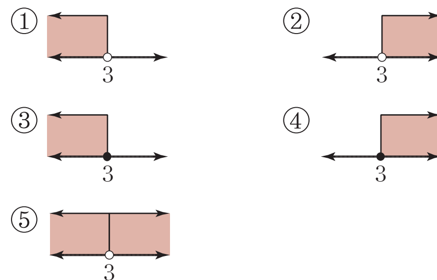
4 연립일차방정식 $\begin{cases} 4x-3y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-2y=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ 에서 y를 소거하려고 한다. 다음 중 필요한 식은?

① ㉠$\times 2-$㉡$\times 3$　② ㉠$\times 3-$㉡$\times 2$
③ ㉠$\times 3-$㉡$\times 4$　④ ㉠$\times 2+$㉡$\times 3$
⑤ ㉠$\times 3+$㉡$\times 4$

5 다음 중에서 연립일차방정식의 두 그래프와 해에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 수직으로 만나면 해는 무수히 많다.
② 한 점에서 만나면 해는 하나이다.
③ 평행하면 해는 없다.
④ 일치하면 해는 무수히 많다.
⑤ 기울기가 같고, y절편이 다르면 해는 없다.

6 부등식 $-3x+1>-8$의 해를 수직선 위에 나타내면?



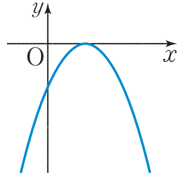
7 부등식 $2x-4<x+1\le 3(x-1)$을 만족시키는 모든 정수의 합은?

① 7　② 8　③ 9
④ 10　⑤ 11

8 이차방정식 $x^2-6x+2a-3=0$이 중근을 가질 때, 상수 a의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

9 오른쪽 그림은 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프이다. a, p의 부호는?



① $a<0$, $p<0$
② $a<0$, $p>0$
③ $a>0$, $p<0$
④ $a>0$, $p>0$
⑤ $a<0$, $p=0$

10 이차함수 $y=-x^2+6x+3$에서 x의 값이 증가할 때, y의 값이 감소하는 x값의 범위는?

① $x>0$ ② $x<3$
③ $x>3$ ④ $x<6$
⑤ $0<x<6$

서답형

11 점 $(2,\ -1)$을 지나는 직선 $y=3x+a$에 대하여 점 $(3,\ b)$가 이 직선 위에 있을 때, 상수 b의 값을 구하여라.

12 연립일차방정식 $\begin{cases} 6x+2y=1 \\ y=ax-2 \end{cases}$의 해가 없을 때, 상수 a의 값을 구하여라.

13 다음 연립일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라.

(1) $5x+2<3x-2<x$

(2) $\begin{cases} 4x+5\le 2x+9 \\ 3x+1>2x+3 \end{cases}$

14 이차방정식 $(x-3)(x+5)=48$의 두 근의 차를 구하여라.

|서|술|형|

15 다음 두 연립일차방정식의 해가 같을 때, 두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

$$\begin{cases} x+y=-5 \\ x+by=7 \end{cases},\quad \begin{cases} 2x-7y=-1 \\ -3x+y=a \end{cases}$$

|서|술|형|

16 최솟값은 $x=-1$일 때 -3이고, 그래프가 점 $(1,\ 5)$를 지나는 이차함수 $y=ax^2+bx+c$에 대하여 세 상수 a, b, c의 합 $a+b+c$의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

컴퓨터로 이차함수의 그래프를 그려 보자.

컴퓨터를 활용하여 이차함수의 그래프에 대한 다양한 학습 활동과 흥미 있는 경험을 할 수 있다. 적절한 소프트웨어를 이용하여 이차함수의 그래프에 대하여 알아보자.

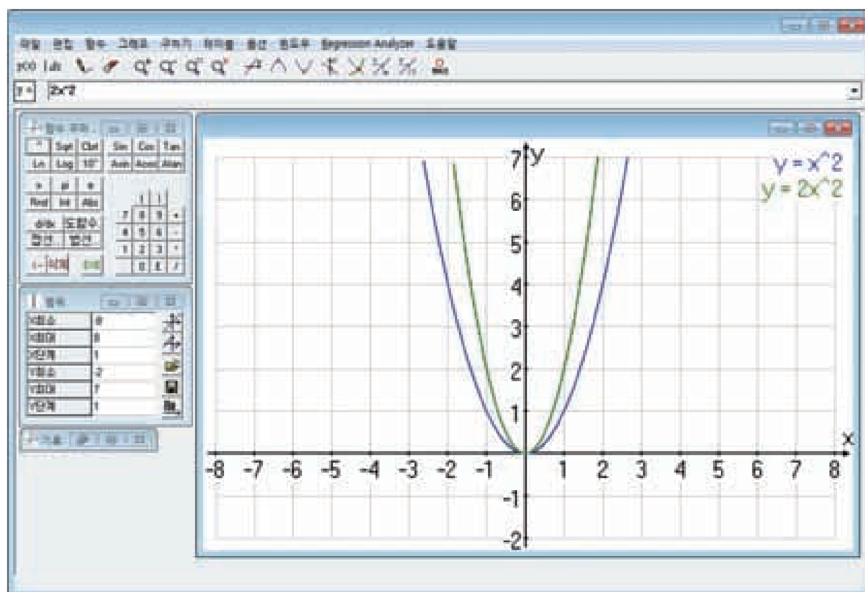
1 \ 이차함수 $y=x^2$, $y=2x^2$의 그래프를 하나의 좌표평면 위에 그려 보자.

(1) 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 그려 보자.

이차함수 $y=x^2$의 그래프를 그리기 위하여 초기 화면의 수식 입력란에 'x^2'를 입력하고, 아이콘 을 누르거나 Enter↵ 를 누르면 그래프 창에 그래프가 그려진다.

(2) 이차함수 $y=2x^2$의 그래프를 그려 보자.

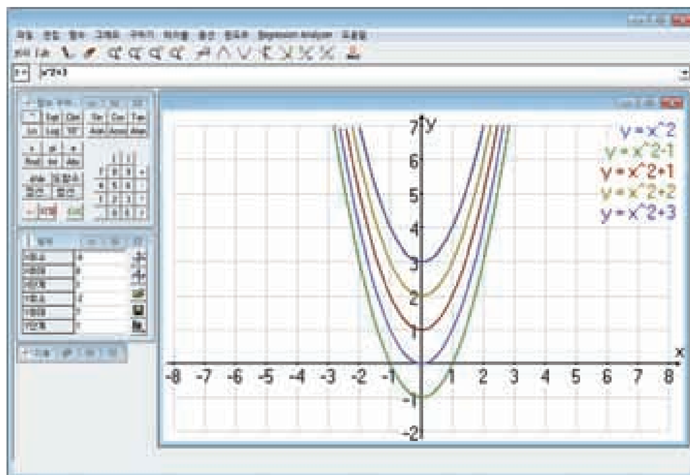
이차함수 $y=x^2$의 그래프가 그려진 상태에서 수식 입력란에 '2x^2'를 입력하고, 아이콘 을 누르거나 Enter↵ 를 누르면 그래프 창에 이차함수 $y=2x^2$의 그래프가 함께 그려진다.



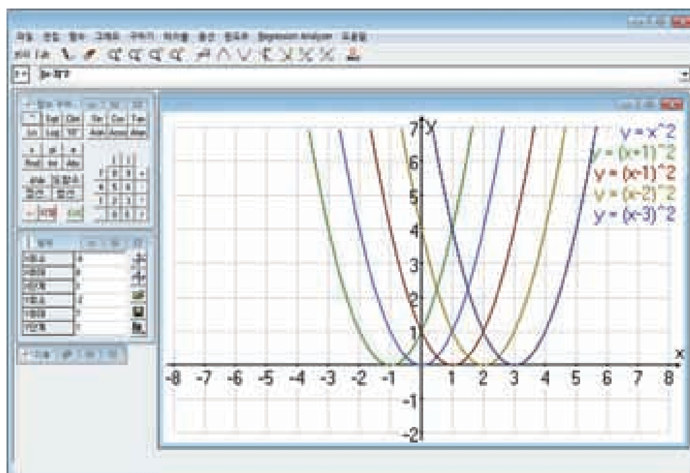


2 \ 이차함수의 그래프에 대하여 알아보자.

(1) 이차함수 $y=x^2$, $y=x^2-1$, $y=x^2+1$, $y=x^2+2$, $y=x^2+3$의 그래프를 하나의 좌표평면 위에 그려 보면, $y=x^2+q$의 그래프는 모두 $y=x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것임을 알 수 있다.



(2) 이차함수 $y=x^2$, $y=(x+1)^2$, $y=(x-1)^2$, $y=(x-2)^2$, $y=(x-3)^2$의 그래프를 하나의 좌표평면 위에 그려 보면, $y=(x-p)^2$의 그래프는 모두 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 것임을 알 수 있다.





프랑스 파리에 있는 루브르 박물관 앞의 유리 피라미드 조형물은

루브르 박물관을 대표하는 조형물이다.

III 피타고라스 정리와 삼각비

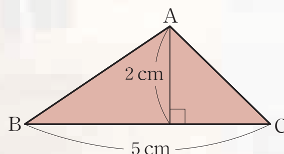
1. 피타고라스 정리 2. 삼각비

| 준 | 비 | 학 | 습 |

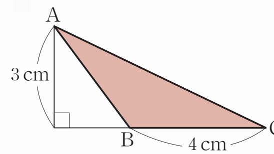
초등 삼각형의 넓이

1 다음 그림과 같은 삼각형 ABC의 넓이를 구하여라.

(1)

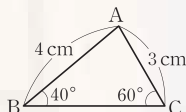


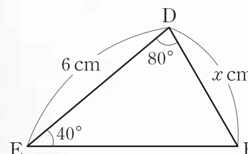
(2)



중 ② 닮은 도형의 성질

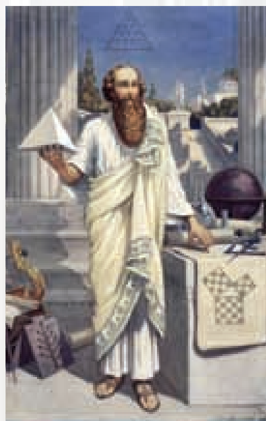
2 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$일 때, x의 값을 구하여라.





1 피타고라스 정리

피타고라스 정리의 발견



기원전 500년, 피타고라스는 모든 직각삼각형은 밑변의 길이를 제곱한 것과 높이의 길이를 제곱한 것을 더하면 빗변의 길이의 제곱이 된다는 사실을 발견하였고, 이 정리는 '피타고라스 정리' 라고 이름 붙여졌다.

그런데 피타고라스 정리는 동양에서 더 일찍 발견되었다. 이 정리의 동양판 이름은 '구고현의 정리' 이다. 중국의 진자가 '구고현의 정리' 를 발견한 것이 약 3000년 전, 그리스에서 피타고라스가 그의 정리를 발견하고 증명해낸 것이 약 2500년 전이므로 동양 쪽이 약 500년 앞선 것이다. 또 피타고라스 정리는 인류 문명의 곳곳에서 각각 독자적으로 발견되었다. 메소포타미아에서 약 3500년 전에 쐐기 문자로 만든 수학책에도 이 정리에 대한 내용이 나와 있으며, 인도 문명과 이집트 문명에서도 나타난다.

인류의 4대 문명들이 모두 피타고라스 정리를 독자적으로 발견했다는 사실에서 피타고라스 정리가 꼭 필요한 지식이었다는 것을 짐작할 수 있다. 고대 메소포타미아와 이집트에서는 직각을 만들기 위해 3, 4, 5의 길이로 나누어 표시를 한 밧줄을 이용했다고 한다.

단원 과제

이 단원을 배우면서 다음 과제를 해결하여 보자.

212쪽

공주가 무사히 빠져 나오기 위해 필요한 사다리의 길이를 어떻게 구할까?



01 피타고라스 정리

● 피타고라스 정리를 이해한다.

피타고라스 정리란 무엇인가?

생각 열기

피타고라스

고대 그리스의 수학자 피타고라스(Pythagoras; ?B.C. 569∼?B.C. 475)는 이오니아의 사모스 섬에서 태어났으며 이탈리아 남부의 한 도시 크로톤에 '피타고라스 학교'를 세우고 피타고라스학파를 이루었다. 그는 음악과 수학으로 우주의 질서를 설명할 수 있다고 믿었으며, 특히 직각삼각형에 대한 많은 연구를 하였다.

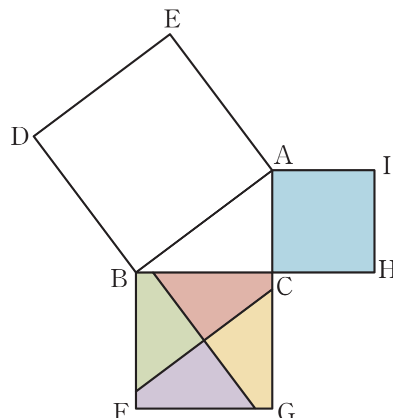


탐구 활동

페리갈(Perigal, H. Jr. ; 1801∼1898)이 1837년에 피타고라스 정리가 성립함을 설명한 방법이다.

오른쪽 그림은 직각삼각형 ABC의 빗변이 아닌 두 변 AC와 BC를 한 변으로 하는 두 정사각형을 총 다섯 조각으로 나눈 것이다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. 이 조각들로 빗변 AB를 한 변으로 하는 정사각형을 채워 보자.
2. 세 정사각형의 넓이 사이에는 어떤 관계가 있는지 말하여 보자.



탐구 활동에서 직각삼각형 ABC의 빗변을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 빗변이 아닌 두 변을 각각 한 변으로 하는 두 정사각형의 넓이의 합과 같다는 것을 알아보았다. 즉,

$$\square ABDE = \square BFGC + \square ACHI$$

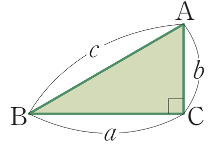
이다.

그런데 정사각형의 넓이는 한 변의 길이의 제곱과 같으므로 직각삼각형 ABC의 세 변의 길이 사이에는

$$\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$$

이 성립함을 알 수 있다.

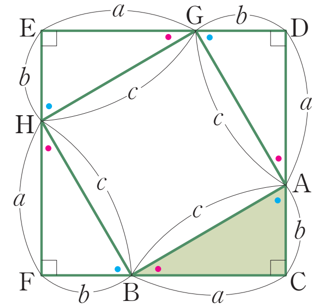
이제 오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^{\circ}$인 직각삼각형 ABC에서 빗변의 길이를 c, 나머지 두 변의 길이를 각각 a, b라고 할 때,



$$a^2+b^2=c^2$$

이 성립함을 알아보자.

직각삼각형 ABC의 두 변 AC, BC를 각각 연장하여 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 $a+b$인 정사각형 CDEF를 만들고



$$\overline{DG}=\overline{EH}=b$$

인 점 G, H를 잡으면 네 개의 직각삼각형 ABC, GAD, HGE, BHF는 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 서로 합동이다. 즉,

$$\triangle ABC\equiv\triangle GAD\equiv\triangle HGE\equiv\triangle BHF$$

이므로

$$\overline{BA}=\overline{AG}=\overline{GH}=\overline{HB}=c \qquad \cdots\cdots ①$$

$$\angle ABC=\angle GAD \qquad \cdots\cdots ②$$

이다. 그런데

$$\angle CAB+\angle ABC=90^{\circ}$$

이므로 ②에 의하여

$$\angle CAB+\angle GAD=90^{\circ}$$

$$\angle BAG=90^{\circ} \qquad \cdots\cdots ③$$

이다.

따라서 ①, ③에 의하여 □AGHB는 한 변의 길이가 c인 정사각형이므로 □CDEF는 서로 합동인 네 개의 직각삼각형과 한 개의 정사각형으로 나눌 수 있다. 즉,

$$\square CDEF=4\times\triangle ABC+\square AGHB$$

이므로

$$(a+b)^2=4\times\frac{1}{2}ab+c^2$$

이고, 이 식을 정리하면

$$a^2+2ab+b^2=2ab+c^2$$

$$a^2+b^2=c^2$$

이다.

이상에서 직각삼각형의 직각을 낀 두 변의 길이의 제곱의 합은 빗변의 길이의 제곱과 같음을 알 수 있다.

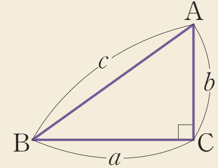
이와 같은 직각삼각형의 성질을 **피타고라스 정리**라고 한다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

피타고라스 정리

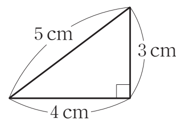
직각삼각형 ABC에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b라 하고, 빗변의 길이를 c라고 하면

$$a^2+b^2=c^2$$



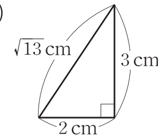
보기

(1)



$4^2+3^2=5^2$

(2)



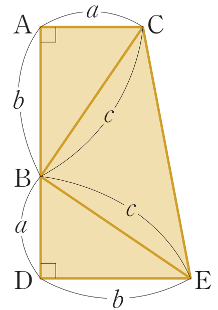
$2^2+3^2=(\sqrt{13})^2$

문제 1 오른쪽 그림에서 사다리꼴 ADEC는 합동인 두 직각삼각형 ABC와 DEB를 붙여서 만든 것이다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 사다리꼴의 넓이를 구하여라.

(2) 세 개의 삼각형 ABC, DEB, CBE의 넓이를 각각 구하여라.

(3) (1)과 (2)를 이용하여 피타고라스 정리가 성립함을 설명하여라.



미국의 20대 대통령인 가필드(Garfield, J. A. ; 1831~1881)가 1876년에 피타고라스 정리가 성립함을 설명한 방법이다.

사고력 기르기

▶ 추론
의사소통
문제 해결

다음은 삼각형의 닮음을 이용하여 피타고라스 정리가 성립함을 설명한 것이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣어 보자.

△ABC∽△ACD이므로

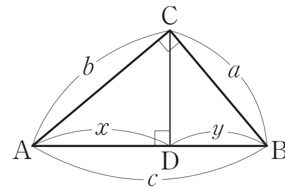
$c : b=b : x$, $b^2=$ □

△ABC∽△CBD이므로

$c : a=a : y$, $a^2=$ □

$a^2+b^2=c($ □ $)=c^2$

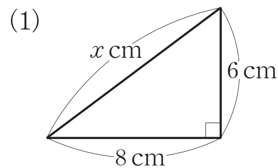
따라서 $a^2+b^2=c^2$이다.



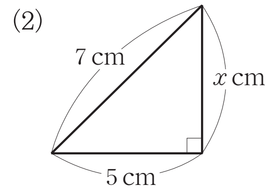
피타고라스 정리를 이용하면 직각삼각형에서 두 변의 길이를 알 때 나머지 한 변의 길이를 구할 수 있다.

예제 01 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x의 값을 구하여라.

(1)



(2)



풀이 (1) 피타고라스 정리에 의하여

$$8^2+6^2=x^2,\ x^2=100$$

$$x=\pm 10$$

그런데 $x>0$이므로

$$x=10$$

(2) 피타고라스 정리에 의하여

$$5^2+x^2=7^2,\ x^2=24$$

$$x=\pm 2\sqrt{6}$$

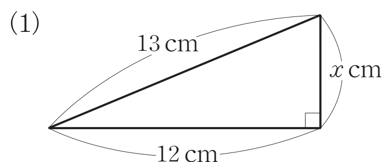
그런데 $x>0$이므로

$$x=2\sqrt{6}$$

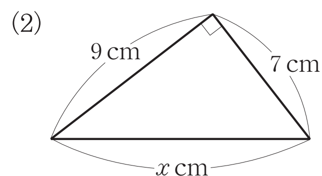
답 (1) 10 (2) $2\sqrt{6}$

문제 2 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x의 값을 구하여라.

(1)



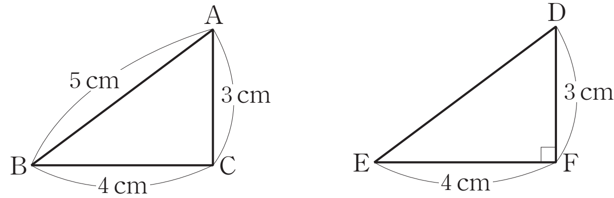
(2)



지금까지 직각삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이의 제곱의 합은 빗변의 길이의 제곱과 같음을 살펴보았다.

이제 한 변의 길이의 제곱이 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합과 같은 삼각형은 직각삼각형인지 알아보자.

다음 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 3 cm, 4 cm, 5 cm인 삼각형 ABC와 빗변이 아닌 나머지 두 변의 길이가 각각 3 cm, 4 cm인 직각삼각형 DEF가 주어져 있다.



이때 삼각형 DEF는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

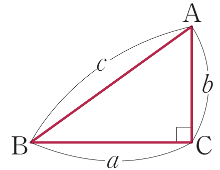
$$\overline{DE}=\sqrt{3^2+4^2}=5(\text{cm})$$

이며 두 삼각형 ABC와 DEF는 대응하는 세 변의 길이가 각각 같으므로 서로 합동이다. 따라서 $\angle C=\angle F=90^\circ$이므로 삼각형 ABC도 직각삼각형이다.

이와 같이 세 변의 길이가 각각 a, b, c인 $\triangle ABC$에서

$$a^2+b^2=c^2$$

이 성립하면 $\triangle ABC$는 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형이다.



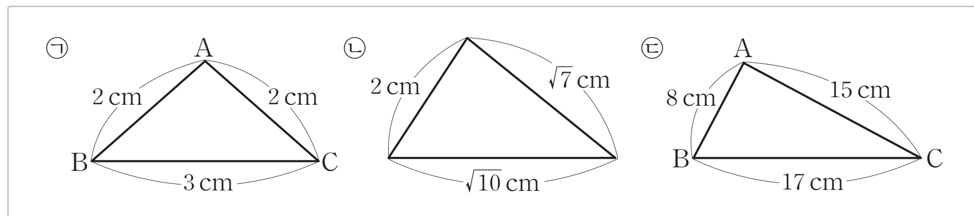
보기 세 변의 길이가 각각 6 cm, 8 cm, 10 cm인 삼각형은 $6^2+8^2=10^2$이므로 직각삼각형이다.

문제 3 세 변의 길이가 각각 다음과 같은 삼각형 중에서 직각삼각형인 것을 모두 찾아라.

가장 긴 변의 길이의 제곱과 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합을 비교한다.

㉠ 9 cm, 12 cm, 15 cm	㉡ 7 cm, 24 cm, 25 cm
㉢ 4 cm, 6 cm, 9 cm	㉣ 1 cm, $\sqrt{3}$ cm, 2 cm

문제 4 다음 그림과 같은 삼각형 중에서 직각삼각형을 찾아라.



단원 과제

앞의 단원 과제에 대하여 다음을 해결하여 보자.

다음 만화를 보고 공주가 필요한 사다리의 길이를 어떻게 구하였는지 설명하여라.















02 평면도형에의 활용

- 평면에서 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.
- 피타고라스 정리를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

피타고라스 정리를 평면도형에서 어떻게 활용할 수 있는가?

생각 열기

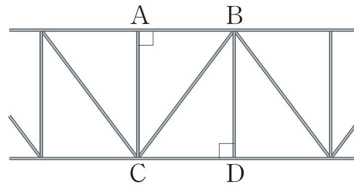
트러스(truss)

대부분의 철교는 트러스(truss)로 되어 있다. 트러스란 직선으로 된 여러 개의 뼈대 재료를 삼각형이나 오각형 모양으로 이은 구조를 말하는데, 이는 모양에 따라 아치 형식, 현수 형식, 보 형식으로 나뉜다. 특히 영종 대교는 주로 직각삼각형 모양의 트러스로 이루어져 있다.



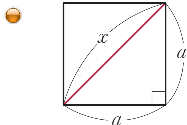
탐구 활동

다음 그림과 같은 트러스를 만들려고 한다. 물음에 답하여 보자.



1. $\overline{AB}=3\text{ m}$, $\overline{AC}=4\text{ m}$가 되도록 하려면 $\overline{BC}$의 길이는 몇 m여야 하는가?

2. $\overline{BC}=2\sqrt{2}\text{ m}$, $\overline{BD}=2\text{ m}$가 되도록 하려면 $\overline{CD}$의 길이는 몇 m여야 하는가?



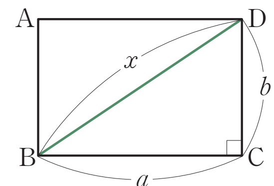
한 변의 길이가 a인 정사각형의 대각선의 길이 x는
$x=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2a^2}=\sqrt{2}a$
이다.

피타고라스 정리를 이용하여 직사각형의 대각선의 길이를 구하여 보자.

오른쪽 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 a, b인 직사각형 ABCD에서 대각선 BD의 길이를 x라고 하면 피타고라스 정리에 의하여 $x^2=a^2+b^2$이다. 그런데 $x>0$이므로

$$x=\sqrt{a^2+b^2}$$

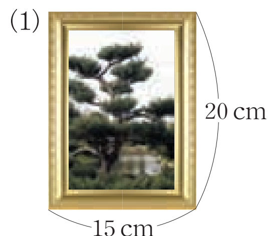
이다.



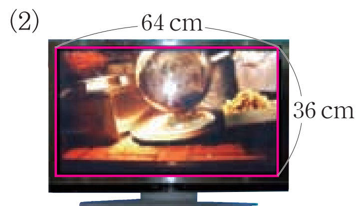
실생활

문제 1 가로, 세로의 길이가 각각 다음과 같은 직사각형의 대각선의 길이를 구하여라.

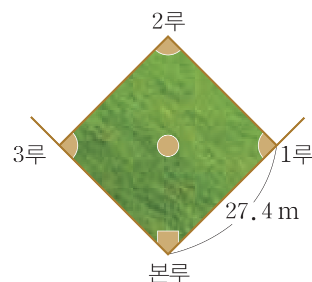
(1)



(2)



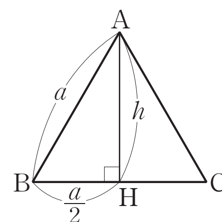
문제 2 오른쪽 그림과 같은 야구장에서 내야는 한 변의 길이가 27.4 m인 정사각형 모양이라고 할 때, 본루에서 2루까지의 거리를 구하여라. (단, 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구한다.)



예제 01 한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이를 구하여라.

● 정삼각형의 한 꼭짓점에서 대변에 그은 수선은 그 대변을 이등분한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 정삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$$\overline{BH}=\overline{CH}=\frac{a}{2}$$

삼각형 ABH에서 $\overline{AH}=h$라고 하면 피타고라스 정리에 의하여

$$h^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2=a^2,\ h^2=a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{3}{4}a^2$$

$h>0$이므로 $h=\sqrt{\frac{3}{4}a^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

답 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

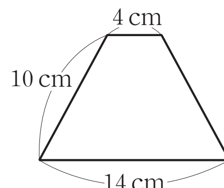
문제 3 다음을 구하여라.

(1) 한 변의 길이가 8 cm인 정삼각형의 높이

(2) 밑변의 길이가 4 cm이고, 나머지 두 변의 길이가 모두 5 cm인 이등변삼각형의 높이

발전

문제 4 오른쪽 그림과 같은 등변사다리꼴의 높이를 구하여라.

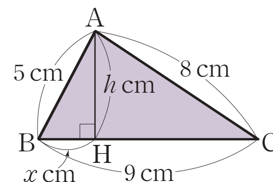


● 아랫변의 양 끝 각의 크기가 같은 사다리꼴을 등변사다리꼴이라고 한다.

예제 02 세 변의 길이가 각각 5 cm, 8 cm, 9 cm인 삼각형의 넓이를 구하여라.

● 삼각형에서 세 변의 길이만 알면 피타고라스 정리를 이용하여 넓이를 구할 수 있다.

풀이 주어진 삼각형을 오른쪽 그림과 같이 삼각형 ABC로 놓고, 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라고 하자.



$\overline{AH}=h$ cm, $\overline{BH}=x$ cm라고 하면 두 직각삼각형 ABH, ACH에서 피타고라스 정리에 의하여

$$h^2=5^2-x^2 \quad \cdots\cdots ①$$

$$h^2=8^2-(9-x)^2 \quad \cdots\cdots ②$$

①, ②로부터 $5^2-x^2=8^2-(9-x)^2$, $18x=42$이므로 $x=\frac{7}{3}$

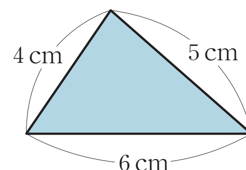
$x=\frac{7}{3}$을 ①에 대입하면 $h^2=5^2-\left(\frac{7}{3}\right)^2=25-\frac{49}{9}=\frac{176}{9}$

$h>0$이므로 $h=\sqrt{\frac{176}{9}}=\frac{4\sqrt{11}}{3}$

따라서 구하는 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 9\times\frac{4\sqrt{11}}{3}=6\sqrt{11}(\text{cm}^2)$

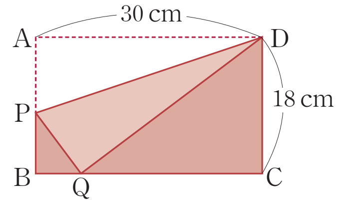
답 $6\sqrt{11}$ cm^2

문제 5 오른쪽 그림과 같은 삼각형의 넓이를 구하여라.

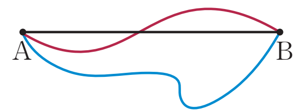


창의 up

직사각형 모양의 색종이 ABCD를 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A가 변 BC 위의 한 점 Q에 오도록 접었을 때, 접힌 선 DP를 한 변으로 하는 △PQD의 넓이를 구하는 방법을 설명하여라.



두 점 A와 B를 양 끝 점으로 하는 여러 개의 선 가운데 길이가 가장 짧은 것은 선분 AB이고, 이것의 길이를 **두 점 A, B 사이의 거리**라고 한다.



한편 선분 AB의 길이가 3 cm일 때

$$\overline{AB}=3\text{ cm}$$

로 나타내고, 선분 AB와 선분 CD의 길이가 같을 때

$$\overline{AB}=\overline{CD}$$

로 나타낸다.

$\overline{AB}$는 도형으로서 선분 AB를 나타내기도 하고, 선분 AB의 길이를 나타내기도 한다.

오른쪽 그림과 같이 점 M이 선분 AB를 이등분할 때, 즉 $\overline{AM}=\overline{MB}$일 때 점 M을 선분 AB의 **중점**이라고 한다.



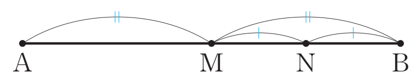
이때 점 M은 선분 AB를 이등분하므로

$$\overline{AM}=\overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{AB}$$

이다.

$\overline{AB}$의 중점을 M이라고 하면 $\overline{AB}=2\overline{AM}=2\overline{MB}$이다.

문제 6 오른쪽 그림에서 점 M은 선분 AB의 중점이고, 점 N은 선분 MB의 중점이다. 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.



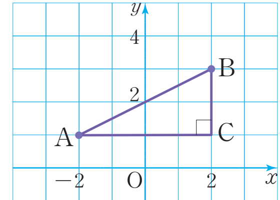
(1) $\overline{AB}=\square\,\overline{AM}$

(2) $\overline{AB}=\square\,\overline{NB}$

(3) $\overline{AB}=12$ cm일 때, $\overline{MN}=\square$ cm이다.

피타고라스 정리를 이용하면 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.

예제 03 좌표평면 위의 두 점 A$(-2,\ 1)$, B$(2,\ 3)$ 사이의 거리를 구하여라.



풀이 오른쪽 그림과 같이 좌표축에 평행한 선분 AC, BC를 각각 그려서 직각삼각형 ACB를 만들면 점 C의 좌표는 $(2,\ 1)$이다. 피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2=4^2+2^2=20$$

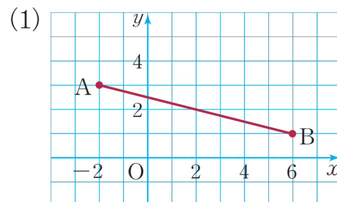
$\overline{AB}>0$이므로

$$\overline{AB}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$$

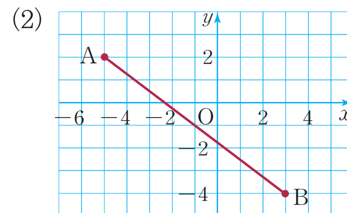
답 $2\sqrt{5}$

문제 7 다음 좌표평면 위의 두 점을 잇는 선분을 빗변으로 하는 직각삼각형을 그리고, 두 점 사이의 거리를 구하여라.

(1)



(2)



사고력 기르기

추론

의사소통

▶문제 해결

오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 80 cm이고, 세로의 길이가 2 m인 직사각형 모양의 문으로 정사각형 모양의 얇은 나무 판을 통과시켜 옮기려고 한다. 이때 한 변의 길이가 몇 cm인 나무 판까지 이 문을 통과하여 옮길 수 있는지 구하여 보자. (단, 나무 판의 두께는 생각하지 않는다.)



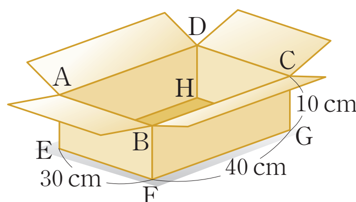
03 입체도형에의 활용

● 피타고라스 정리를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

피타고라스 정리를 입체도형에서 어떻게 활용할 수 있는가?

탐구 활동

오른쪽 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 30 cm, 40 cm, 10 cm인 직육면체 모양의 상자에 막대 모양의 물건을 담으려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.



1. △DFH는 어떤 삼각형인가?
2. $\overline{FH}$의 길이를 구하여 보자.
3. 이 상자에 들어갈 수 있는 가장 긴 막대의 길이를 구하는 방법을 말하여 보자.

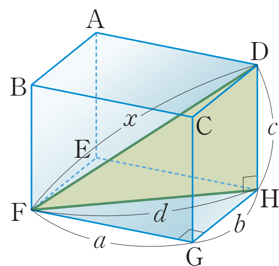
피타고라스 정리를 이용하여 직육면체의 대각선의 길이를 구하여 보자.

오른쪽 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 a, b, c인 직육면체에서 직각삼각형 FGH의 빗변 FH의 길이를 d라고 하면 피타고라스 정리에 의하여 $d^2=a^2+b^2$이다.

또 직각삼각형 DFH의 빗변 DF의 길이를 x라고 하면 피타고라스 정리에 의하여 $x^2=d^2+c^2$이다. 따라서 $x^2=a^2+b^2+c^2$이고, $x>0$이므로

$$x=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$$

이다.



● 오른쪽 그림과 같은 직육면체에서 선분 DF를 직육면체의 대각선이라고 한다.

● $\overline{DH}\perp\overline{EH}$, $\overline{DH}\perp\overline{GH}$이므로 $\overline{DH}$는 평면 EFGH와 수직이다. 따라서 $\overline{DH}\perp\overline{FH}$이므로 △DFH는 직각삼각형이다.

예제 01

세 모서리의 길이가 각각 4 cm, 3 cm, 2 cm인 직육면체의 대각선의 길이를 구하여라.

풀이 오른쪽 그림과 같은 직육면체에서 △HFG가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

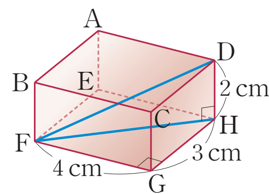
$$\overline{FH}^2=\overline{FG}^2+\overline{GH}^2=25$$

$\overline{FH}>0$이므로 $\overline{FH}=\sqrt{25}=5(\text{cm})$

△DFH가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{DF}^2=\overline{FH}^2+\overline{DH}^2=29$$

$\overline{DF}>0$이므로 $\overline{DF}=\sqrt{29}(\text{cm})$



답 $\sqrt{29}$ cm

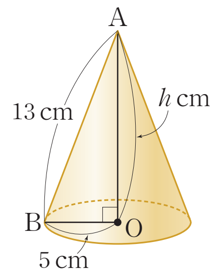
문제 1 세 모서리의 길이가 각각 다음과 같은 직육면체의 대각선의 길이를 구하여라.

(1) 4 cm, 5 cm, 7 cm (2) 3 cm, 6 cm, 9 cm

문제 2 한 모서리의 길이가 a인 정육면체의 대각선의 길이를 구하여라.

한편 피타고라스 정리를 이용하여 원뿔의 높이와 부피, 각뿔의 높이와 부피도 구할 수 있다.

예제 02 밑면인 원의 반지름의 길이가 5 cm이고, 모선의 길이가 13 cm인 원뿔의 높이와 부피를 각각 구하여라.



풀이 오른쪽 그림과 같이 원뿔의 높이를 h cm라고 하면 △ABO는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

$$h^2+5^2=13^2,\ h^2=13^2-5^2=144$$

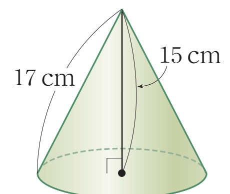
$h>0$이므로 $h=\sqrt{144}=12$

따라서 구하는 원뿔의 부피는

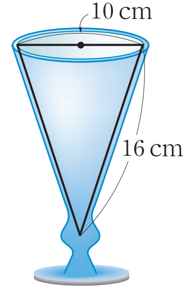
$$\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times12=100\pi(\mathrm{cm}^3)$$

답 높이: 12 cm, 부피: 100π cm^3

문제 3 오른쪽 그림과 같이 모선의 길이가 17 cm이고, 높이가 15 cm인 원뿔의 부피를 구하여라.

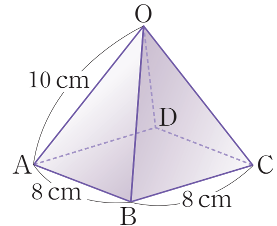


문제 4 오른쪽 그림과 같은 유리컵의 안쪽은 밑면인 원의 지름의 길이가 10 cm이고 모선의 길이가 16 cm인 원뿔 모양일 때, 이 컵에 가득 담을 수 있는 물의 부피를 반올림하여 소수 첫째 자리까지 구하여라. (단, π는 3.14로 계산한다.)



예제 03

오른쪽 그림과 같은 정사각뿔의 높이와 부피를 각각 구하여라.



이등변삼각형 OAC와 OBD의 꼭짓점 O에서 각 밑변에 내린 수선의 발은 각 밑변의 중점이다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 정사각뿔 O−ABCD의 꼭짓점 O에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라고 하면 점 H는 밑면의 두 대각선의 교점이다. 이때 선분 AC는 한 변의 길이가 8 cm인 정사각형의 대각선이므로

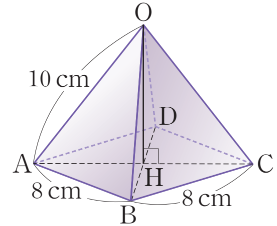
$\overline{AC}=8\sqrt{2}=2\overline{AH}$에서 $\overline{AH}=4\sqrt{2}$(cm)

직각삼각형 OAH에서 피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{OH}^2=\overline{OA}^2-\overline{AH}^2=10^2-(4\sqrt{2})^2=68$$

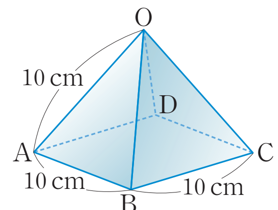
$\overline{OH}>0$이므로 $\overline{OH}=\sqrt{68}=2\sqrt{17}$(cm)

따라서 (부피)$=\frac{1}{3}\times8^2\times2\sqrt{17}=\frac{128}{3}\sqrt{17}$(cm^3)이다.



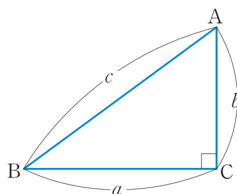
답 높이: $2\sqrt{17}$ cm, 부피: $\frac{128}{3}\sqrt{17}$ cm^3

문제 5 오른쪽 그림과 같은 정사각뿔의 높이와 부피를 각각 구하여라.



정리 확인 학습

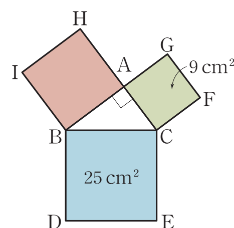
피타고라스 정리



직각삼각형 ABC에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b라 하고, 빗변의 길이를 c라고 하면

$$a^2+b^2=c^2$$

1 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 세 개의 정사각형이 있다. 정사각형 AHIB의 넓이를 구하여라.

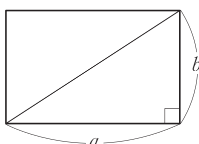


평면도형에의 활용 [1]

직사각형의 대각선의 길이

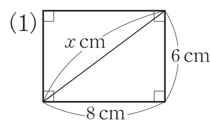
가로, 세로의 길이가 각각 a, b인 직사각형의 대각선의 길이는

$$\sqrt{a^2+b^2}$$

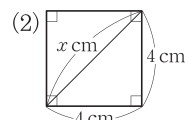


2 다음 그림에서 x의 값을 구하여라.

(1)



(2)

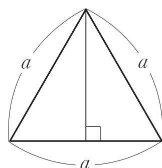


평면도형에의 활용 [2]

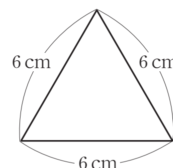
정삼각형의 높이

한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이는

$$\sqrt{a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$$



3 오른쪽 그림과 같은 정삼각형의 높이를 구하여라.

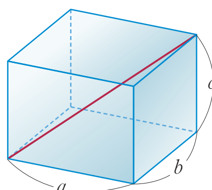


입체도형에의 활용

직육면체의 대각선의 길이

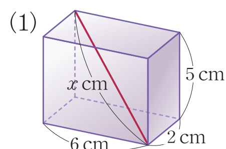
세 모서리의 길이가 각각 a, b, c인 직육면체의 대각선의 길이는

$$\sqrt{a^2+b^2+c^2}$$

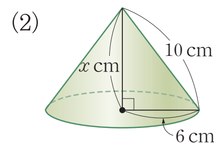


4 다음 그림에서 x의 값을 구하여라.

(1)



(2)



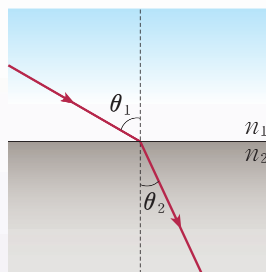
용어와 기호 피타고라스 정리, 두 점 사이의 거리, 중점

2 삼각비

굴절

물질에 따라서 파동의 진행 속력이 달라지기 때문에 서로 다른 물질의 경계면을 통과하는 파동의 진행 방향이 바뀌게 되는 현상을 굴절이라고 한다. 굴절 현상은 빛이나 소리 등 파동의 구체적인 종류와 무관하게 나타난다.

굴절의 정도를 나타내는 굴절률은 오른쪽 그림처럼 각각 균일한 두 물질의 경계면에 단일한 파장의 파동이 입사할 때, 입사하는 각도(θ_1)와 굴절되는 각도(θ_2)에 의해서 결정된다.



굴절의 원리

이때 입사각과 굴절각은 경계면에 대한 법선(法線: 수직한 선)을 기준으로 잰다. 굴절률은 경계면을 이루는 두 물질의 조합에 따라서 다른 값을 가지지만 두 물질이 정해지면 경계면에서의 입사 위치, 입사하는 각도에 무관하게 정해진다.

굴절의 예로는 물컵 속의 연필이 굽어보이는 현상, 수조 바닥에 놓인 동전이 실제보다 가깝게 떠 보이는 현상 등이 있다. 또 안경이나 망원경에 쓰이는 렌즈나 프리즘도 빛의 굴절을 이용하는 광학 기구이다.

단원 과제

이 단원을 배우면서 다음 과제를 해결하여 보자. 232쪽

물의 굴절률은 어떻게 구할 수 있을까?

01 삼각비의 뜻

● 삼각비의 뜻을 안다.

삼각비란 무엇인가?

생각 열기

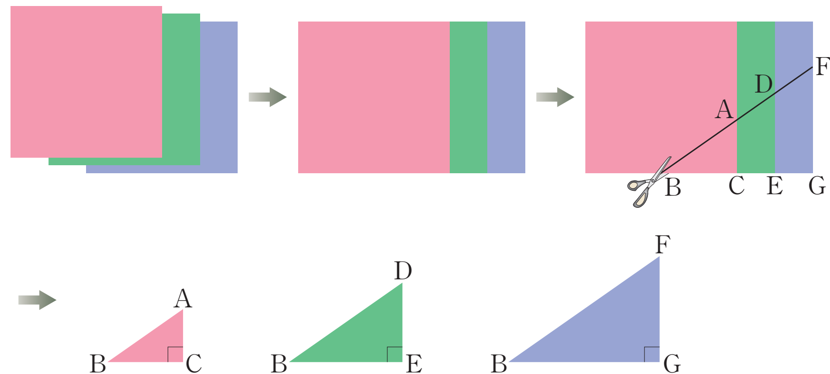
피라미드의 높이

사각뿔 모양의 거대한 건축물인 피라미드는 현대의 최신식 기술과 장비를 가지고도 만들기 힘들 만큼 정교하고 불가사의한 구조물이다. 한편 고대 그리스의 수학자 탈레스(Thales ; ?B.C. 640∼?B.C. 546)는 막대기와 피라미드의 그림자의 길이로 구한 닮음비를 이용하여 피라미드의 높이를 구하였다고 한다.



탐구 활동

정사각형 모양의 색종이 세 장을 나란히 겹친 후 다음 그림과 같이 잘라서 ∠B를 공통으로 가지는 직각삼각형을 만든다. 이때 생긴 세 개의 삼각형에 대하여 물음에 답하여 보자.



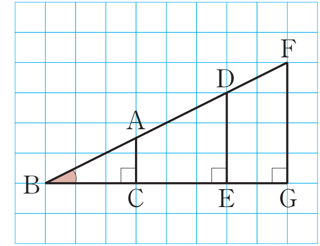
1. 세 삼각형은 서로 닮은 도형인가?

2. 세 삼각형에 대하여 다음 값이 일정한가?

(1) $\dfrac{(\text{높이})}{(\text{빗변의 길이})}$ (2) $\dfrac{(\text{밑변의 길이})}{(\text{빗변의 길이})}$ (3) $\dfrac{(\text{높이})}{(\text{밑변의 길이})}$

직각삼각형에서 두 변의 길이의 비에 대하여 알아보자.

오른쪽 그림에서 직각삼각형 ABC, DBE, FBG는 ∠B를 공통으로 가지므로 서로 닮은 도형이다.



따라서 이들 삼각형에서 대응하는 변의 길이의 비는 각각 같으므로 다음이 성립한다.

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{DE}}{\overline{DB}}=\frac{\overline{FG}}{\overline{FB}}$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{BE}}{\overline{DB}}=\frac{\overline{BG}}{\overline{FB}}$$

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{\overline{DE}}{\overline{BE}}=\frac{\overline{FG}}{\overline{BG}}$$

일반적으로 ∠C=90°인 직각삼각형 ABC에서 ∠B의 크기가 정해지면 직각삼각형의 크기에 관계없이

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}},\quad \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}},\quad \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

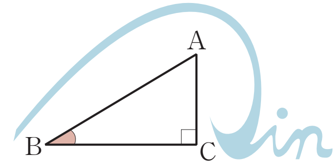
의 값은 일정하다.



이때 $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{(\text{높이})}{(\text{빗변의 길이})}$ 를 ∠B의 **사인**이라 하고, 이것을 기호로

sin *B*

와 같이 나타낸다.

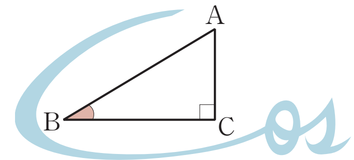


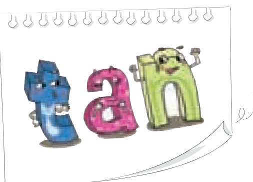


또 $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{(\text{밑변의 길이})}{(\text{빗변의 길이})}$ 를 ∠B의 **코사인**이라 하고, 이것을 기호로

cos *B*

와 같이 나타낸다.

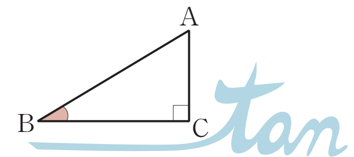




마찬가지로 $\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{(\text{높이})}{(\text{밑변의 길이})}$ 를 ∠B의 **탄젠트**라 하고, 이것을 기호로

tan *B*

와 같이 나타낸다.



그리고 sin *B*, cos *B*, tan *B*를 통틀어 ∠B의 **삼각비**라고 한다.

참고 sin, cos, tan는 각각 sine, cosine, tangent의 약자이고, *B*는 ∠B의 크기를 나타낸다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

$\sin A=\frac{a}{c}$

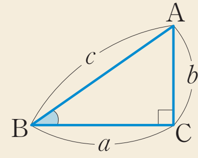
$\cos A=\frac{b}{c}$

$\tan A=\frac{a}{b}$

삼각비

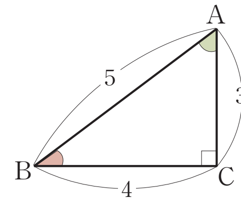
$\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$의 대변의 길이를 각각 a, b, c라고 하면

$$\sin B=\frac{b}{c},\ \cos B=\frac{a}{c},\ \tan B=\frac{b}{a}$$



예제 01

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$, $\angle B$의 삼각비의 값을 각각 구하여라.



풀이 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$, $\angle B$의 삼각비의 값은 각각 다음과 같다.

$$\sin A=\frac{4}{5},\ \cos A=\frac{3}{5},\ \tan A=\frac{4}{3}$$

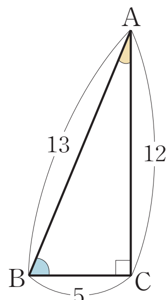
$$\sin B=\frac{3}{5},\ \cos B=\frac{4}{5},\ \tan B=\frac{3}{4}$$

답 $\sin A=\frac{4}{5},\ \cos A=\frac{3}{5},\ \tan A=\frac{4}{3}$

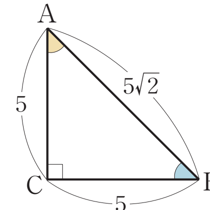
$\sin B=\frac{3}{5},\ \cos B=\frac{4}{5},\ \tan B=\frac{3}{4}$

문제 1 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$, $\angle B$의 삼각비의 값을 각각 구하여라.

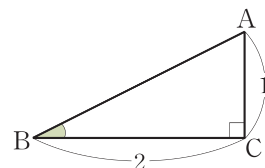
(1)

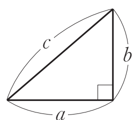


(2)



예제 02 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 ∠B의 삼각비의 값을 구하여라.





$a=\sqrt{c^2-b^2}$
$b=\sqrt{c^2-a^2}$
$c=\sqrt{a^2+b^2}$

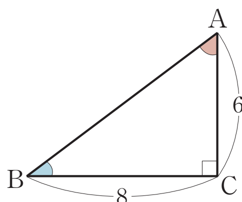
풀이 피타고라스 정리에 의하여 $\overline{AB}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로

$$\sin B=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5},\ \cos B=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5},\ \tan B=\frac{1}{2}$$

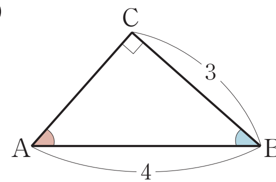
답 $\sin B=\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos B=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\tan B=\frac{1}{2}$

문제 2 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 ∠A, ∠B의 삼각비의 값을 각각 구하여라.

(1)



(2)



발전 **문제 3** 오른쪽 그림에서 $\angle C=90^\circ$이고 $\tan B=\frac{4}{3}$일 때, $\sin B$, $\cos B$의 값을 구하여라.



사고력 기르기

추론
의사소통
▶문제 해결

$\angle C=90^\circ$인 $\triangle ABC$에서 $\sin A$와 $\cos A$의 값이 같은 경우 $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인지 말하여 보자.

02 삼각비의 값

● 간단한 삼각비의 값을 구할 수 있다.



$30°$, $45°$, $60°$의 삼각비의 값은 어떻게 구하는가?

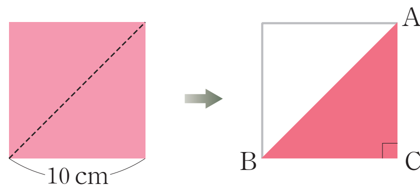
생각 열기

종이접기

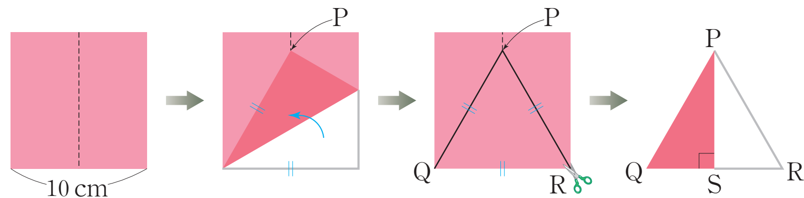
종이접기는 종이를 접어서 학, 비행기, 배 등의 여러 가지 모양을 만드는 놀이이다. 종이접기는 손에서 손으로 전승되어 왔기 때문에 정확한 기원은 알 수 없지만, 각 국가에서 다양하게 발전해 오고 있다. 우리나라의 경우에도 장신구와 생활용품 등에 종이접기가 활용되었으며 지금까지 종이접기가 전해져 오고 있다.

탐구 활동

한 변의 길이가 10 cm인 정사각형 모양의 색종이를 대각선을 따라 반으로 접으면 직각삼각형 ABC가 생긴다.



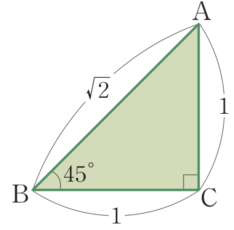
또한 한 변의 길이가 10 cm인 정사각형 모양의 색종이를 접어서 정삼각형 PQR를 만들고 자른 후, 꼭짓점 Q와 R가 겹쳐지도록 접으면 직각삼각형 PQS가 생긴다.



다음 물음에 답하여 보자.

1. 직각삼각형 ABC의 세 내각의 크기를 말하여 보자.
2. 직각삼각형 PQS의 세 내각의 크기를 말하여 보자.
3. 직각삼각형 ABC와 직각삼각형 PQS에서 ∠A, ∠B, ∠P, ∠Q의 삼각비의 값을 어떻게 구할 수 있는지 말하여 보자.

오른쪽 그림과 같이 한 각의 크기가 45°인 직각이등변삼각형 ABC에서 직각을 낀 변의 길이가 1이면 빗변 AB의 길이는 피타고라스 정리에 의하여 $\sqrt{2}$가 된다.



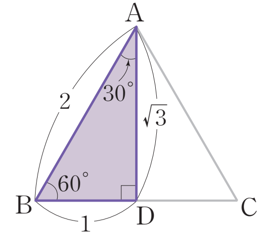
따라서 다음을 알 수 있다.

$$\sin 45^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 45^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{1}{1} = 1$$

또 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 대변 BC에 내린 수선의 발을 D라고 하면 세 내각의 크기가 30°, 60°, 90°인 직각삼각형 ABD를 얻는다.



이때 $\overline{AB}=2$, $\overline{BD}=1$이므로 피타고라스 정리에 의하여 $\overline{AD}=\sqrt{3}$이 된다.

따라서 다음을 알 수 있다.

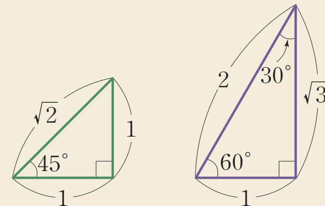
$$\sin 30^\circ = \frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} = \frac{1}{2},\ \cos 30^\circ = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{3}}{2},\ \tan 30^\circ = \frac{\overline{BD}}{\overline{AD}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{3}}{2},\ \cos 60^\circ = \frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} = \frac{1}{2},\ \tan 60^\circ = \frac{\overline{AD}}{\overline{BD}} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

이상을 정리하면 다음과 같다.

30°, 45°, 60°의 삼각비의 값

삼각비 \ A	30°	45°	60°
$\sin A$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos A$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan A$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$



예제 01

다음을 계산하여라.

(1) $\sin 45^\circ+\cos 45^\circ$ (2) $\tan 30^\circ\times\sin 60^\circ$

풀이 (1) $\sin 45^\circ+\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

(2) $\tan 30^\circ\times\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

답 (1) $\sqrt{2}$ (2) $\frac{1}{2}$

문제 1

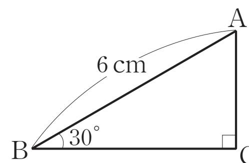
다음을 계산하여라.

(1) $\sin 30^\circ+\cos 30^\circ$ (2) $\cos 60^\circ-\sin 30^\circ$

(3) $\tan 30^\circ\times\tan 60^\circ$ (4) $\tan 45^\circ\div\cos 30^\circ$

예제 02

오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle B=30^\circ$, $\overline{AB}=6$ cm일 때, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



풀이 $\sin 30^\circ=\frac{\overline{AC}}{6}$ 이므로 $\overline{AC}=6\sin 30^\circ=6\times\frac{1}{2}=3$(cm)

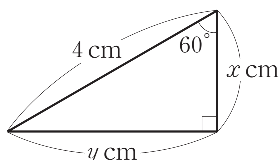
$\cos 30^\circ=\frac{\overline{BC}}{6}$ 이므로 $\overline{BC}=6\cos 30^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$(cm)

답 $\overline{AC}=3$ cm, $\overline{BC}=3\sqrt{3}$ cm

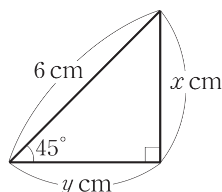
문제 2

다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x, y의 값을 구하여라.

(1)

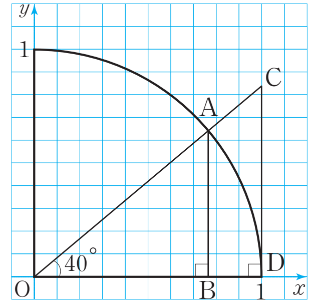


(2)



임의의 예각에 대한 삼각비의 값은 어떻게 구하는가?

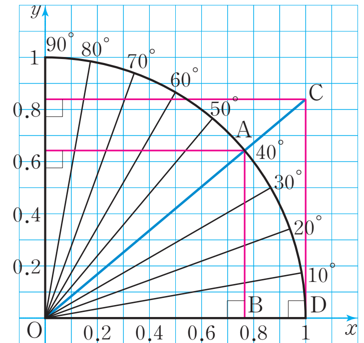
탐구 활동 **오른쪽 그림은 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴을 좌표평면 위에 나타낸 것이다. ∠AOB의 크기가 40°일 때, 다음 물음에 답하여 보자.**



1. $\overline{OA}$의 길이를 구하여 보자.
2. △AOB의 세 변의 길이 중에서 sin 40°, cos 40°의 값과 같은 것을 각각 찾아보자.
3. △COD의 세 변의 길이 중에서 tan 40°의 값과 같은 것을 찾아보자.

탐구 활동의 그림과 같이 좌표평면 위에 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴을 그리면 여러 가지 크기의 예각에 대한 삼각비의 값을 구할 수 있다.

오른쪽 그림과 같이 x축과 40°의 각을 이루는 직선과 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴과의 교점을 A라 하고, 점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 B라고 하면 직각삼각형 AOB에서 $\overline{OA}=1$이다.



따라서 sin 40°와 cos 40°의 값은 모눈의 눈금을 읽어 다음과 같음을 알 수 있다.

$$\sin 40° = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \overline{AB} = 0.64$$

$$\cos 40° = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \overline{OB} = 0.77$$

또 이 부채꼴과 x축과의 교점 D에서 x축에 수직인 직선을 그어 $\overline{OA}$의 연장선과 만나는 점을 C라고 하면 직각삼각형 COD에서 $\overline{OD}=1$이다.

따라서 tan 40°의 값은 모눈의 눈금을 읽어 다음과 같음을 알 수 있다.

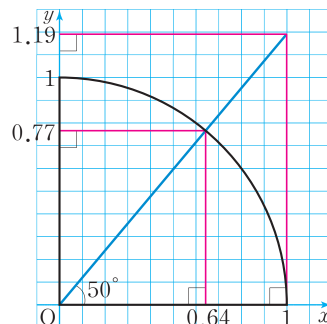
$$\tan 40° = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \overline{CD} = 0.84$$

문제 3 오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴이 있다. 다음 삼각비의 값을 구하여라.

(1) $\sin 50^\circ$

(2) $\cos 50^\circ$

(3) $\tan 50^\circ$

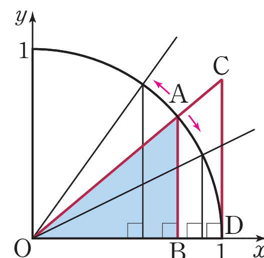


0°와 90°의 삼각비의 값을 알아보자.

오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴 안의 직각삼각형 AOB에서 $\angle$AOB의 사인, 코사인, 탄젠트의 값은 각각

$$\overline{AB},\quad \overline{OB},\quad \overline{CD}$$

의 길이와 같다.



따라서 $\angle$AOB의 크기가 0°에 가까워지면 $\overline{AB}$의 길이는 0에, $\overline{OB}$의 길이는 1에, $\overline{CD}$의 길이는 0에 가까워지므로 0°의 삼각비의 값은 다음과 같이 정한다.

$$\sin 0^\circ=0,\quad \cos 0^\circ=1,\quad \tan 0^\circ=0$$

또 $\angle$AOB의 크기가 90°에 가까워지면 $\overline{AB}$의 길이는 1에, $\overline{OB}$의 길이는 0에 가까워지므로 90°의 삼각비의 값은 다음과 같이 정한다.

$$\sin 90^\circ=1,\quad \cos 90^\circ=0$$

그러나 $\angle$AOB의 크기가 90°에 가까워지면 $\overline{CD}$의 길이는 한없이 길어지므로 $\tan 90^\circ$의 값은 정할 수 없다.

문제 4 다음을 계산하여라.

(1) $\sin 0^\circ\times\cos 90^\circ+\tan 45^\circ\times\cos 0^\circ$

(2) $\sin 90^\circ\times\cos 60^\circ-\tan 30^\circ\times\tan 60^\circ$

P.261 **삼각비의 표**
삼각비의 표는 삼각비의 값을 반올림하여 소수 넷째 자리까지 나타낸 것이다.

0°에서 90° 사이의 각에 대한 삼각비의 값은 이 책의 부록에 있는 삼각비의 표를 이용하여 구할 수 있다.

이를테면 삼각비의 표에서 $\sin 24^\circ$의 값은 24°의 가로줄과 사인(sin)의 세로줄이 만나는 곳에 있는 수와 같다.

각도	사인(sin)	코사인(cos)	탄젠트(tan)
0°	0.0000	1.0000	0.0000
1°	0.0175	0.9998	0.0175
⋮	⋮	⋮	⋮
24°	0.4067	0.9135	0.4452
25°	0.4226	0.9063	0.4663
⋮	⋮	⋮	⋮

삼각비의 표에 있는 삼각비의 값은 대부분 반올림한 값이지만 이 값을 나타낼 때에는 '='를 사용한다.

즉, $\sin 24^\circ = 0.4067$이고 같은 방법으로 나머지 삼각비의 값을 구하면 $\cos 24^\circ = 0.9135$, $\tan 24^\circ = 0.4452$이다.

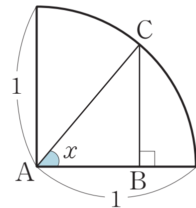
문제 5  삼각비의 표를 이용하여 다음 값을 구하여라. 또 계산기를 이용하여 다음 값을 구하고, 그 값을 반올림하여 소수 넷째 자리까지 나타내어라.

(1) $\sin 12^\circ$　　(2) $\cos 47^\circ$　　(3) $\tan 76^\circ$

사고력 기르기

▶추론
의사소통
문제 해결

오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴이 있다. 이 그림을 이용하여 다음의 각 경우에 $\sin x$와 $\cos x$의 값의 대소를 비교하여 보자.



(1) $x = 45^\circ$인 경우

(2) $0^\circ < x < 45^\circ$인 경우

(3) $45^\circ < x < 90^\circ$인 경우

단원 과제

앞의 단원 과제에 대하여 다음을 해결하여 보자.

파동이 어떤 물질을 통과할 때 입사하는 각도(θ_1)와 굴절되는 각도(θ_2)에 대해서 굴절률(C)은 다음과 같다.

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \mathrm{C}$$

빛이 공기 중에서 물로 들어갈 때, 입사각과 굴절각이 각각 42°, 30°라고 한다. 물의 굴절률을 삼각비의 표를 이용하여 구하여라. (단, 소수 넷째 자리에서 반올림한다.)

03 거리 구하기

● 삼각비를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다.

삼각비를 활용하여 거리를 어떻게 구하는가?

생각 열기

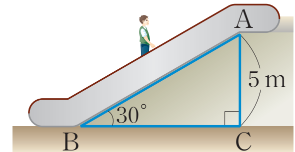
에스컬레이터의 경사

계단이나 에스컬레이터를 설계할 때에는 사람들이 안정감을 가지고 편안하게 이용할 수 있도록 인체 구조를 고려한다. 사람의 발바닥 길이를 220~280 mm라고 하면 발을 들어 올릴 때 부담이 적은 높이는 130~180 mm라고 한다. 이를 바탕으로 계단이나 에스컬레이터의 경사를 30° 내외로 하는 경우가 많다.



탐구 활동

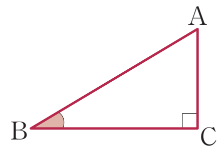
오른쪽 그림과 같이 높이가 5 m이고 경사가 30°인 에스컬레이터를 설치하려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.



1. $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$의 길이 사이의 관계를 삼각비를 이용하여 나타내어 보자.
2. 삼각비를 이용하여 $\overline{AB}$의 길이를 구하는 방법을 말하여 보자.

삼각비를 활용하면 직접 잴 수 없는 두 지점 사이의 거리를 구할 수 있다.

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$의 길이와 $\angle B$의 크기를 알고 있을 때, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 길이는 다음과 같이 구할 수 있다.

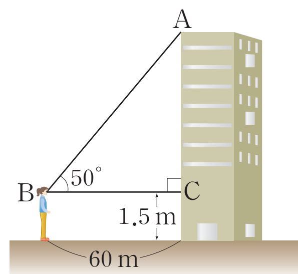


$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\sin B \rightarrow \overline{AC}=\overline{AB}\sin B$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\cos B \rightarrow \overline{BC}=\overline{AB}\cos B$$

이와 같이 직각삼각형에서 한 변의 길이와 한 예각의 크기를 알 때, 삼각비를 이용하여 나머지 두 변의 길이를 구할 수 있다.

예제 01 현진이가 어떤 건물로부터 60 m 떨어진 곳에서 건물의 꼭대기를 올려다본 각도가 50°이었다. 현진이의 눈높이가 1.5 m일 때, 건물의 높이를 구하여라.



풀이 △ABC는 직각삼각형이므로

$$\tan 50° = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AC}}{60}$$

$$\overline{AC} = 60 \tan 50°$$

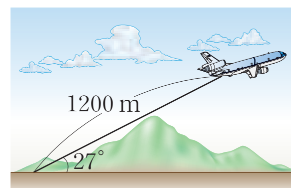
삼각비의 표에서 $\tan 50° = 1.1918$이므로

$$\overline{AC} = 60 \times 1.1918 = 71.508(\text{m})$$

따라서 건물의 높이는 $71.508 + 1.5 = 73.008(\text{m})$이다.

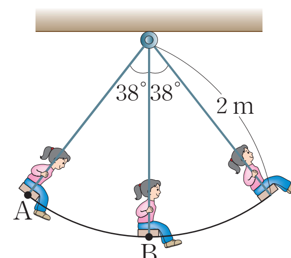
답 73.008 m

문제 1 오른쪽 그림과 같이 비행기가 이륙한 후 27°의 각도로 1200 m의 거리를 비행하였다. 이때 비행기는 지상으로부터 몇 m의 높이에 있겠는지 구하여라.



발전

문제 2 오른쪽 그림과 같이 줄의 길이가 2 m인 그네가 앞뒤로 38°씩 흔들렸을 때, A 지점은 B 지점보다 몇 m 더 높은지 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하여라.

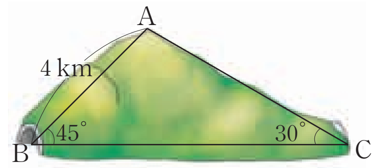


예제 02

오른쪽 그림과 같이 산을 통과하는 터널을 만들려고 한다. 산꼭대기를 A라 하고, 터널의 양쪽 끝을 B, C라고 할 때,

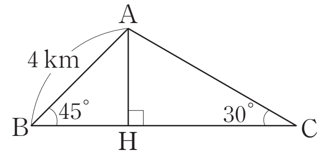
$$\overline{AB}=4\text{ km},\ \angle B=45^\circ,\ \angle C=30^\circ$$

이다. 이 터널의 길이를 구하여라.



직각삼각형이 아닌 삼각형에서 한 변의 길이와 두 각의 크기를 알면 삼각비를 이용하여 나머지 두 변의 길이를 구할 수 있다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 직각삼각형 ABH에서



$$\cos 45^\circ=\frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{BH}}{4}$$

이므로 $\overline{BH}=4\cos 45^\circ=4\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}\,(\text{km})$

△ABH는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{AH}=\overline{BH}=2\sqrt{2}\,(\text{km})$

직각삼각형 ACH에서 $\tan 30^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{CH}}=\frac{2\sqrt{2}}{\overline{CH}}$이므로

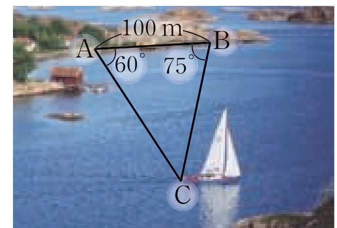
$$\overline{CH}=\frac{2\sqrt{2}}{\tan 30^\circ}=2\sqrt{2}\div\frac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{6}\,(\text{km})$$

따라서 터널의 길이는 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=2\sqrt{2}+2\sqrt{6}\,(\text{km})$

답 $(2\sqrt{2}+2\sqrt{6})\text{km}$

문제 3 

오른쪽 그림과 같이 바닷가의 두 지점 A, B 사이의 거리는 100 m이다. 두 지점 A, B에서 바다에 있는 배를 바라본 각도가 각각 60°, 75°일 때, 각 지점에서 배까지의 거리를 반올림하여 소수 첫째 자리까지 구하여라.



창의 up



현우는 지상으로부터 3 km 높이에서 일직선으로 다가오고 있는 경비행기의 평균 속력을 구하려고 올려다본 각도를 재어 보았다. 처음 올려다본 각도는 40°이고 20초 후에 올려다본 각도는 50°이었다. 이 상황을 그림으로 그려 보고, 경비행기의 평균 속력(km/s)을 구하는 방법을 설명하여라. (단, $\tan 40^\circ=0.8$, $\tan 50^\circ=1.2$이고, 현우의 키는 생각하지 않는다.)

04

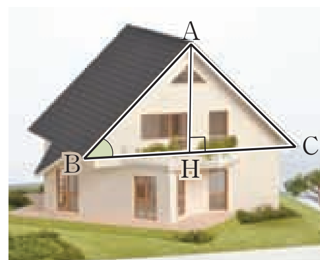
넓이 구하기

● 삼각비를 활용하여 도형의 넓이를 구할 수 있다.

삼각비를 활용하여 도형의 넓이를 어떻게 구하는가?

탐구 활동

오른쪽 그림과 같은 △ABC에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.



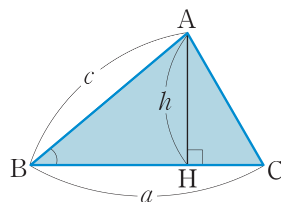
1. △ABC의 높이 $\overline{AH}$를 $\sin B$를 이용하여 나타내어 보자.
2. 삼각비를 이용하여 △ABC의 넓이를 어떻게 구하는지 말하여 보자.

△ABC에서 두 변의 길이 a, c와 그 끼인각 ∠B의 크기를 알 때, △ABC의 넓이 S를 구하여 보자.

> 직각보다 작은 각을 예각이라 하고, 직각보다 크고 평각보다 작은 각을 둔각이라고 한다.

(1) ∠B가 예각인 경우

오른쪽 그림과 같이 △ABC의 꼭짓점 A에서 밑변 BC에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{AH}$의 길이를 h라고 하자.



△ABH에서 $\sin B=\dfrac{h}{c}$ 이므로

$$h=c\sin B$$

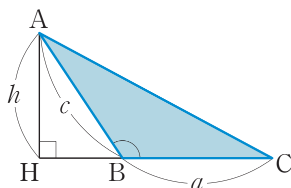
이다.

따라서 △ABC의 넓이 S는 다음과 같다.

$$S=\frac{1}{2}ah=\frac{1}{2}ac\sin B$$

(2) ∠B가 둔각인 경우

오른쪽 그림과 같이 △ABC의 꼭짓점 A에서 밑변 BC의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{AH}$의 길이를 h라고 하자.



$\triangle$ABH에서 $\sin(180^\circ - B) = \dfrac{h}{c}$ 이므로

$$h = c\sin(180^\circ - B)$$

이다.

따라서 $\triangle$ABC의 넓이 S는 다음과 같다.

$$S = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}ac\sin(180^\circ - B)$$

이상을 정리하면 다음과 같다.

삼각형의 넓이

$\triangle$ABC에서 두 변의 길이 a, c와 그 끼인각 $\angle$B의 크기를 알 때, 이 삼각형의 넓이 S는

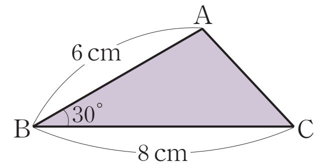
(1) $\angle$B가 예각이면 $S = \dfrac{1}{2}ac\sin B$

(2) $\angle$B가 둔각이면 $S = \dfrac{1}{2}ac\sin(180^\circ - B)$

$\angle$B가 직각이면
$S = \dfrac{1}{2} \times$(밑변의 길이)$\times$(높이)
$= \dfrac{1}{2}ac$

예제 01

오른쪽 그림과 같이 두 변의 길이가 각각 6 cm, 8 cm이고, 그 끼인각의 크기가 30°인 $\triangle$ABC의 넓이를 구하여라.



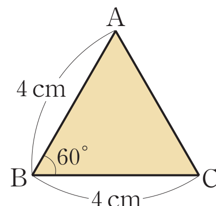
풀이 $\angle$B는 예각이므로 $\triangle$ABC의 넓이 S는

$$S = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin 30^\circ = 24 \times \frac{1}{2} = 12(\text{cm}^2)$$

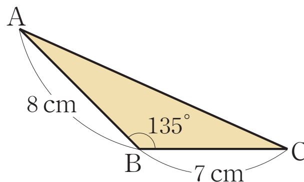
답 12 cm^2

문제 1 다음 그림과 같은 $\triangle$ABC의 넓이를 구하여라.

(1)

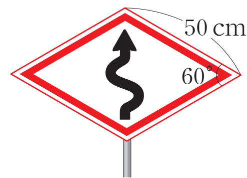


(2)



예제 02

오른쪽 그림의 표지판이 마름모 모양이라고 할 때, 그 넓이를 구하여라.



풀이 마름모는 두 개의 합동인 삼각형으로 이루어져 있으므로

$$(\text{넓이})=2\times\left(\frac{1}{2}\times50\times50\times\sin60^\circ\right)$$
$$=2\times\left(\frac{1}{2}\times50\times50\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$
$$=2\times625\sqrt{3}$$
$$=1250\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

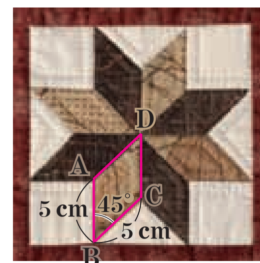
답 $1250\sqrt{3}\text{ cm}^2$

실생활

문제 2

오른쪽 그림에서 평행사변형 ABCD의 넓이를 구하여라.

평행사변형은 대각선을 그어 넓이가 같은 두 개의 삼각형으로 나눌 수 있다.



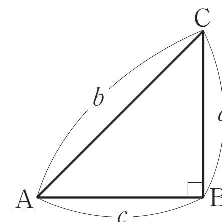
사고력 기르기

추론
▶ 의사소통
문제 해결

직각삼각형 ABC에서 $\angle B=90^\circ$인 경우에도 삼각형의 넓이 S를

$$S=\frac{1}{2}ac\sin B$$

로 나타낼 수 있는지 토의하여 보자.



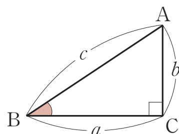
정리 확인 학습

삼각비의 뜻

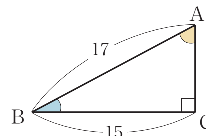
(1) $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$의 대변의 길이를 각각 a, b, c라고 하면

$\sin B=\dfrac{b}{c}$, $\cos B=\dfrac{a}{c}$, $\tan B=\dfrac{b}{a}$

(2) $\sin B$, $\cos B$, $\tan B$를 통틀어 $\angle B$의 삼각비라고 한다.



1 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에 대하여 물음에 답하여라.

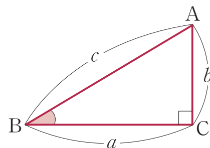


(1) $\overline{AC}$의 길이를 구하여라.

(2) $\angle A$, $\angle B$의 삼각비의 값을 각각 구하여라.

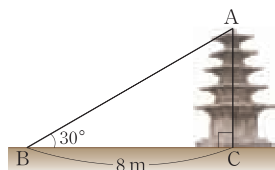
거리 구하기

$\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서



$b=c\sin B$, $a=c\cos B$, $b=a\tan B$

2 다음 그림은 탑의 높이를 구하기 위하여 측량한 결과를 나타낸 것이다. 이 탑의 높이를 구하여라.

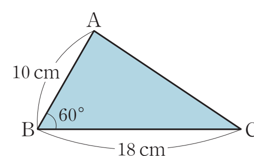


넓이 구하기[1]

$\triangle ABC$에서 두 변의 길이 a, c와 그 끼인각 $\angle B$의 크기를 알 때, 이 삼각형의 넓이 S는 $\angle B$가 예각이면

$$S=\frac{1}{2}ac\sin B$$

3 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$의 넓이를 구하여라.

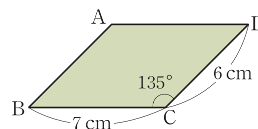


넓이 구하기[2]

$\triangle ABC$에서 두 변의 길이 a, c와 그 끼인각 $\angle B$의 크기를 알 때, 이 삼각형의 넓이 S는 $\angle B$가 둔각이면

$$S=\frac{1}{2}ac\sin(180^\circ-B)$$

4 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 넓이를 구하여라.



용어와 기호 삼각비, 사인, 코사인, 탄젠트, $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$

대/단/원 평가 문제

선택형

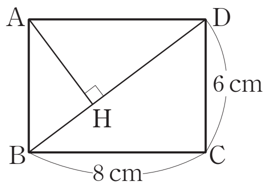
1 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 2)$, $\mathrm{B}(5,\ -3)$ 사이의 거리는?

① $\sqrt{41}$ ② $\sqrt{42}$ ③ $\sqrt{43}$
④ $2\sqrt{11}$ ⑤ $3\sqrt{5}$

2 $\triangle\mathrm{ABC}$의 세 변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 직각삼각형인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

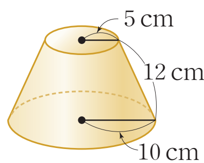
① $5,\ 5,\ 5\sqrt{2}$ ② $6,\ 8,\ 11$
③ $5,\ 12,\ 13$ ④ $7,\ 8,\ 9$
⑤ $10,\ 10,\ 10\sqrt{3}$

3 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 8 cm, 6 cm인 직사각형 ABCD의 꼭짓점 A에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 H라고 할 때, $\overline{\mathrm{AH}}$의 길이는?



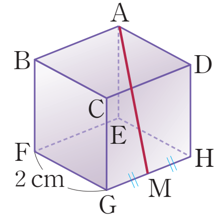
① $\frac{23}{10}$ cm ② $\frac{12}{5}$ cm ③ $\frac{27}{10}$ cm
④ $\frac{43}{15}$ cm ⑤ $\frac{24}{5}$ cm

4 오른쪽 그림과 같은 원뿔대의 높이는?



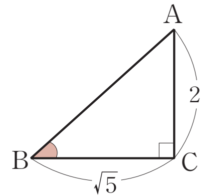
① 7 cm ② 8 cm
③ $\sqrt{119}$ cm ④ $2\sqrt{30}$ cm
⑤ $3\sqrt{17}$ cm

5 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2 cm인 정육면체에서 $\overline{\mathrm{GH}}$의 중점을 M이라고 할 때, $\overline{\mathrm{AM}}$의 길이는?



① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm
④ 5 cm ⑤ 6 cm

6 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\cos B\times\tan B$의 값은?

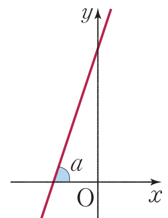


① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$
③ $\frac{5}{6}$ ④ $\frac{3}{2}$
⑤ $\sqrt{5}$

7 다음 중에서 계산이 옳은 것은?

① $\sin 0^\circ+\cos 90^\circ=1$
② $\sin 90^\circ+\tan 45^\circ=2$
③ $\sin 45^\circ+\cos 45^\circ=2\sqrt{2}$
④ $\tan 30^\circ-\tan 60^\circ=\sqrt{3}$
⑤ $\sin 30^\circ+\cos 30^\circ=1+\sqrt{3}$

8 오른쪽 그림과 같이 일차함수 $y=3x+6$의 그래프가 x축과 만나서 생기는 예각의 크기를 a라고 할 때, $\tan a$의 값은?

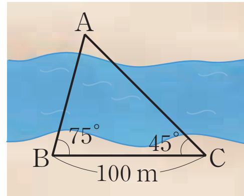


① $\sqrt{3}$ ② 2
③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$
⑤ 3

9 한 변의 길이가 8 cm인 마름모 ABCD에서 $\angle B=30°$일 때, 마름모의 넓이는?

① 16 cm^2 ② 24 cm^2 ③ 32 cm^2
④ 36 cm^2 ⑤ 48 cm^2

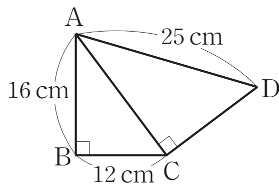
10 오른쪽 그림은 강의 양쪽에 있는 두 지점 A, B 사이의 거리를 알아보기 위하여 측량한 것이다. 두 지점 A, B 사이의 거리는?



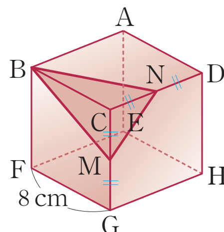
① $50\sqrt{2}$ m ② $\frac{100\sqrt{3}}{3}$ m
③ $\frac{100\sqrt{6}}{3}$ m ④ $100\sqrt{2}$ m
⑤ $100\sqrt{6}$ m

서답형

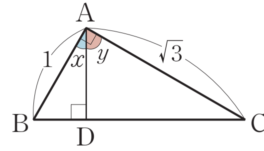
11 다음 그림에서 $\overline{CD}$의 길이를 구하여라.



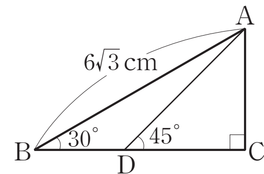
12 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 8 cm인 정육면체에서 $\overline{CG}$, $\overline{CD}$의 중점을 각각 M, N이라고 할 때, $\triangle BMN$의 넓이를 구하여라.



13 다음 그림에서 $\cos x+\sin y$의 값을 구하여라.

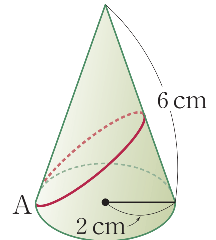


14 다음 그림에서 $\overline{BD}$의 길이를 구하여라.



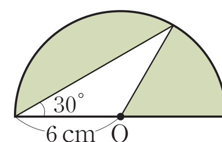
서술형

15 오른쪽 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 2 cm이고, 모선의 길이가 6 cm인 원뿔이 있다. 이 밑면의 원주 위의 한 점 A에서 옆면을 한 바퀴 돌아 다시 점 A로 오는 최단 거리를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



서술형

16 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6 cm인 반원에서 색칠한 부분의 넓이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.





부 록

Ⅰ 수와 식의 계산

|준|비|학|습| [p. 11]

1 (1) $(37-21)-5$　(2) $(34-23)+17$
(3) $(49\div7)\times5$　(4) $(16\times4)\div8$

2 ㉠, ㉢

3 (1) 14　(2) -5　(3) -2　(4) 6

1 수의 연산

01 제곱근과 그 성질 [p. 13~19]

1 (1) ±8　(2) ±10　(3) ±0.3　(4) $\pm\frac{1}{4}$

2 (1) $\pm\sqrt{2}$　(2) $\pm\sqrt{5}$　(3) $\pm\sqrt{1.4}$　(4) $\pm\sqrt{\frac{1}{3}}$

3 (1) 4　(2) -9　(3) $\frac{5}{8}$　(4) -0.7

4 (1) 7　(2) 8　(3) 10　(4) 11

5 (1) -1.5　(2) $-\frac{6}{13}$

창의 up

$a<0$일 때, $a=-b(b>0)$라고 하면
$\sqrt{a^2}=\sqrt{(-b)^2}=b=-a$이므로　$\sqrt{a^2}\neq a$

6 (1) 9　(2) 6　(3) 4　(4) -5

7 $4a$

사고력 기르기

9의 제곱근은 3과 -3, 제곱근 9는 3

8 (1) $\sqrt{7}>\sqrt{6}$　(2) $\sqrt{11}<\sqrt{13}$
(3) $5>\sqrt{5}$　(4) $\sqrt{8}<4$

9 (1) $0.6<\sqrt{0.7}$　(2) $\sqrt{\frac{1}{3}}>\frac{1}{2}$

사고력 기르기

$0<a<1$일 때, $a^2<a$이므로　$\sqrt{a^2}<\sqrt{a}$
그런데 $\sqrt{a^2}=a$이므로　$a<\sqrt{a}$

02 무리수 [p. 20~22]

1

$\sqrt{7}$	$\sqrt{64}$	$\sqrt{3^2}$	$\sqrt{0.1}$	$-\sqrt{0.04}$
$-\sqrt{13}$	$\sqrt{\frac{4}{9}}$	π	$\sqrt{(-2.6)^2}$	$\sqrt{2}+3$

2 (1) 2
(2) $2,\ -3,\ -\sqrt{4}$
(3) $2,\ 1.3,\ 0.4\dot{3},\ -3,\ -\sqrt{4}$
(4) $\pi,\ -\sqrt{7},\ 1+\sqrt{2}$
(5) $\pi,\ 2,\ -\sqrt{7},\ 1.3,\ 0.4\dot{3},\ -3,\ -\sqrt{4},\ 1+\sqrt{2}$

창의 up

분자, 분모(0이 아니다.)가 모두 정수인 분수로 나타낼 수 있으므로 유리수이다. 즉, 무리수가 아니다.

|단원 과제|

복사지의 짧은 변의 길이를 a, 긴 변의 길이를 b라고 하면 처음 접은 선을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 b^2이고 $b^2=2a^2$이다. 따라서 짧은 변의 길이에 대한 긴 변의 비는 $\sqrt{2}:1$이다.

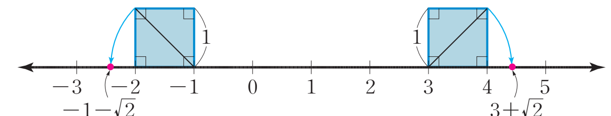
03 실수의 대소 관계 [p. 23~26]

1

2 (1) $\sqrt{3}+4>5$　(2) $2<\sqrt{11}-1$
(3) $\sqrt{5}-2<1$　(4) $4-\sqrt{2}>2$

3 $\sqrt{5}+0.1,\ \sqrt{5}+0.01,\ \sqrt{5}+0.001$
이외에도 여러 가지가 있다.

사고력 기르기



n은 $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$이다.

04 제곱근의 곱셈과 나눗셈 [p. 27~34]

1 (1) $\sqrt{10}$　(2) 6　(3) $\sqrt{42}$　(4) 10

2 (1) $2\sqrt{5}$ (2) $7\sqrt{3}$ (3) $2\sqrt{6}$ (4) $3\sqrt{7}$

3 (1) $\sqrt{27}$ (2) $-\sqrt{98}$ (3) $\sqrt{700}$ (4) $-\sqrt{180}$

창의 up

$\sqrt{(-3)^2\times6}=\sqrt{3^2\times6}=3\sqrt{6}$이므로 $-3\sqrt{6}$과 같지 않다.

4 (1) $\sqrt{5}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{3}$ (4) $\sqrt{15}$

5 (1) $\sqrt{3}$ (2) 10 (3) $2\sqrt{21}$ (4) $2\sqrt{2}$

6 (1) $-42\sqrt{3}$ (2) $-\frac{3}{4}$

사고력 기르기

• $\sqrt{12}\div\sqrt{3}\times\sqrt{4}=\sqrt{\frac{12}{3}}\times\sqrt{4}=\sqrt{4}\times\sqrt{4}=4$

• $\sqrt{12}\div\sqrt{3}\times\sqrt{4}=\sqrt{12}\div\sqrt{3\times4}=\sqrt{12}\div\sqrt{12}=1$

과 같이 서로 다른 계산 결과가 나타나므로 앞에서부터 차례로 계산한다.

7 (1) $\sqrt{3}$ (2) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ (3) $\frac{\sqrt{42}}{14}$ (4) $\sqrt{6}$

05 제곱근의 덧셈과 뺄셈 [p.35~42]

1 (1) $4\sqrt{2}$ (2) $-9\sqrt{6}$ (3) $4\sqrt{3}$ (4) $-2\sqrt{7}$

2 (1) $3\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{7}$

3 (1) $-5\sqrt{2}-6\sqrt{7}$ (2) $-\sqrt{6}+\sqrt{2}$

4 (1) $4\sqrt{7}$ (2) $\frac{5}{3}\sqrt{3}$

5 (1) $10+\sqrt{15}$ (2) $-4\sqrt{3}-24\sqrt{2}$

6 (1) $9+2\sqrt{14}$ (2) $15-6\sqrt{6}$ (3) -11 (4) $10+13\sqrt{2}$

7 (1) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3}$ (2) $3-\sqrt{7}$ (3) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ (4) $5+2\sqrt{6}$

창의 up

$2<\sqrt{5}<3$이므로 $3<6-\sqrt{5}<4$

따라서 $a=3$이고, $b=(6-\sqrt{5})-3=3-\sqrt{5}$이므로

$a^2-b^2=3^2-(3-\sqrt{5})^2=9-(9-6\sqrt{5}+5)=6\sqrt{5}-5$

사고력 기르기

• 영훈: $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$이고 $\sqrt{48}=4\sqrt{3}$이므로
$\sqrt{12}+\sqrt{48}=2\sqrt{3}+4\sqrt{3}=(2+4)\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

• 수연: $\sqrt{12}+\sqrt{48}=6\sqrt{3}=\sqrt{108}$이고 $\sqrt{12+48}=\sqrt{60}$이므로 $\sqrt{12}+\sqrt{48}\neq\sqrt{12+48}$

8 (1) 1.149 (2) 2.124 (3) 5.254 (4) 9.182

9 (1) 12.92 (2) 47.96 (3) 0.2280 (4) 0.9171

10 (1) 26.46 (2) 83.67 (3) 0.8367 (4) 0.2646

정리 |확|인|학|습| p.43

1 (1) $\pm\sqrt{6}$ (2) $\pm\sqrt{13}$ (3) ±0.5 (4) $\pm\frac{5}{9}$

2 (1) 8 (2) 9

3 $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$

4 (1) $2+\sqrt{6}<5$ (2) $\sqrt{3}-2>\sqrt{3}-\sqrt{7}$

5 (1) $\sqrt{33}$ (2) $5\sqrt{7}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

6 (1) $\frac{\sqrt{42}}{7}$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (3) $\sqrt{6}+1$ (4) $2\sqrt{3}-3$

7 (1) $3\sqrt{7}$ (2) 0 (3) $8+2\sqrt{15}$ (4) $4\sqrt{2}$

8 (1) 계산기를 이용하면 $\sqrt{1700}=41.2310562561$
제곱근표를 이용하면 41.23
(2) 계산기를 이용하면 $\sqrt{0.017}=0.1303840481$
제곱근표를 이용하면 0.1304

2 문자의 사용과 식의 계산

01 문자의 사용 [p.45~48]

1 (1) $(70\times x)$ km
(2) $(800-100\times y)$ mL
(3) $(150\times x+200\times y)$ g

2 (1) $3ab$ (2) $-2(a+b)$
(3) $10x+y^2$ (4) $3x^2-y$

3 (1) $\frac{x}{7}$ (2) $\frac{x+1}{y}$
(3) $-\frac{8}{a+b}$ (4) $\frac{a}{4}-\frac{b}{6}$

4 (1) $x+\frac{a}{y}$　(2) $\frac{1}{2}x^2-3y$
(3) $\frac{ab}{a+1}$　(4) $3(a+b)+\frac{1}{2}ab$

| 단원 과제 |

x를 원래 가지고 있던 돈이라고 하면
$2\{2(2x-120)-120\}-120=0$

02 식의 값 [p. 49~50]

1 (1) 11　(2) -1

2 1700 m

3 (1) -17　(2) 12　(3) $-\frac{3}{2}$　(4) $-\frac{13}{2}$

창의 up

(1) $S=(a+b)\times h\div 2=\frac{1}{2}(a+b)h(\text{cm}^2)$

(2) $S=\frac{1}{2}(a+b)h$에 $a=3$, $b=5$, $h=4$를 대입하면
$S=\frac{1}{2}\times(3+5)\times 4=\frac{1}{2}\times 8\times 4=16(\text{cm}^2)$

정리 |확|인|학|습| p. 51

1 (1) $(800\times x)$원　(2) $(x\div 60)$시간
(3) $2\times(a+b)$cm
(4) $(500\times a+100\times b+10\times c)$원

2 (1) $-6xy$　(2) $\frac{z}{5}+3xy$
(3) $-\frac{2xy^2}{z}$　(4) $-5x-4(y+z)$

3 (1) 3　(2) 8

3 다항식의 계산

01 다항식의 덧셈과 뺄셈 [p. 53~62]

1 (1) 항: $-5x$, $3y$
x의 계수: -5, y의 계수: 3
(2) 항: $2a$, $\frac{1}{3}b$, $-c$
a의 계수: 2, b의 계수: $\frac{1}{3}$, c의 계수: -1
(3) 항: $-\frac{p}{2}$, q, 7
p의 계수: $-\frac{1}{2}$, q의 계수: 1, 상수항: 7
(4) 항: 3, $-y$, $\frac{3z}{4}$
y의 계수: -1, z의 계수: $\frac{3}{4}$, 상수항: 3

2 ㉠, ㉡, ㉢

3 (1) $-6x$　(2) $\frac{6}{5}x$

4 (1) $16x-6$　(2) $4x-2$

5 (1) $-\frac{8}{7}x$　(2) $-4x$

6 (1) $3y-1$　(2) $-5y+7$

7 (1) $3x$와 $-x$　(2) $5y$와 $2y$, 8과 -3
(3) $2a$와 $\frac{a}{3}$　(4) $4a$와 $-a$, $-3b$와 $2b$

8 (1) $-2y-5$　(2) $-\frac{1}{4}x$
(3) $9a-7$　(4) $3b+1$

9 (1) $3x+2$　(2) $2x-3$　(3) $8a$　(4) -2

10 (1) $2x+5$　(2) $-3x+5$
(3) $-4a-9$　(4) $8a-7$

11 (1) $7a-19$　(2) $-y-26$
(3) $-2b+2$　(4) $\frac{7}{6}x+\frac{11}{6}$

12 (1) 누나가 딴 사과의 개수: $x+6$
어머니가 딴 사과의 개수: $5\times x=5x$
아버지가 딴 사과의 개수: $6x+3$
(2) 현수네 가족이 딴 사과의 개수는
$13x+9$이므로 48개이다.

사고력 기르기

가장 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{1}{2}a$이다.

따라서 ㉯의 한 변의 $\frac{1}{2}a\times 3=\frac{3}{2}a$이다.

13 (1) $4x^2+2x-3$　(2) x^2+3x+3
(3) x^2+7x-2　(4) $4x^2-7x+9$

02 지수법칙 [p.63~70]

1 (1) 7^8 (2) x^6 (3) a^4b^5 (4) x^5y^6

사고력 기르기

$(3\times10^7)\times(3\times10^5)=3\times3\times10^{7+5}=9\times10^{12}$(km)

2 (1) a^{15} (2) x^{12} (3) a^{11} (4) x^{23}

3 (1) $a^{10}b^{16}$ (2) x^3y^{13}

창의 up

A는 처음 두께의 2^{12}배가 되고, B는 처음 두께의 3^6배가 된다. 이때 $2^{12}=(2^2)^6=4^6=4096$, $3^6=729$이므로 반씩 12번 접은 A가 더 두껍다.

4 (1) a^3 (2) $\frac{1}{x^5}$ (3) 1 (4) $\frac{1}{x^4}$

5 (1) a^2 (2) a^4 (3) $\frac{1}{x}$ (4) 1

사고력 기르기

$a^{10}\times a^6\times a^5=a^{16+5}=a^{21}$, $a^{10}\times(a^6\times a^5)=a^{10+11}=a^{21}$

$a^{10}\div a^6\div a^5=a^{10-6}\div a^5=\frac{1}{a}$, $a^{10}\div(a^6\div a^5)=a^{10}\div a^{6-5}=a^9$

6 (1) a^6b^6 (2) $\frac{x^6}{y^8}$ (3) a^6b^7 (4) a^2b^6

7 $10^{68}\div10^{52}=10^{68-52}=10^{16}$(배)

사고력 기르기

$a^5\div(a^2)^2=a$, $(a^5\div a^2)^2=a^6$, $a^5\times a^2=a^7$,
$a^5\times(a^2)^2=a^9$, $(a^5)^2=a^{10}$

| 단원 과제 |

$\frac{(\text{태양의 지름})}{(\text{지구의 지름})}=\frac{1.39\times10^6}{1.27\times10^4}=\frac{1.39}{1.27}\times10^2$이고, 이 값은 약 109이다. 따라서 지구를 지름이 1.2 cm인 구라고 하면 태양은 지름이 지구의 109배인 130 cm인 구이다.

03 다항식의 곱셈과 나눗셈 [p.71~77]

1 (1) $-21ab$ (2) $16xy^3$ (3) $-5a^4b^2$ (4) $20x^5y$

2 (1) $3x^2+2xy$ (2) $-6a^2+3ab$
(3) $8a^2+20ab-4a$ (4) $-10x^2+6xy-2x$

3 (1) $4a^2-a$ (2) $8x^2-10x$
(3) $-3a^2+9ab$ (4) $-x^2$

4 (1) $8x^6$ (2) $3a^2b$ (3) $-5x^4$ (4) $5a^5b^3$

5 (1) $3x^3$ (2) $2b$ (3) $-2x^3y^2$ (4) $\frac{6a^5}{b}$

6 $6a^5b^4\div(a^2b\times3ab)=6a^5b^4\div3a^3b^2=2a^2b^2$

사고력 기르기

$12ab\div4a=\frac{12ab}{4a}=\frac{12\times a\times b}{4\times a}=3b$이고

$12\times a\times b\div4\times a=12\times a\times b\times\frac{1}{4}\times a=3a^2b$이므로

$12\times a\times b\div(4\times a)$와 같이 생각하여야 한다.

7 (1) $-a+3b$ (2) $-x^2+3x+1$

8 (1) $-8x+y+2$ (2) $-3x^2-3x+3$

9 (1) $a-4$ (2) $-2x-6$

사고력 기르기

명수는 분자의 $6x^3y$의 부호를 바꾸지 않은 채로 계산하였고, 상희는 분자의 $6x^3y$를 분모로 나누지 않았다. 따라서 바르게 계산하면 다음과 같다.

$-\frac{4x^2y^3+6x^3y}{2xy}=-\frac{4x^2y^3}{2xy}-\frac{6x^3y}{2xy}=-2xy^2-3x^2$

04 곱셈 공식 [p.78~84]

1 (1) $ab+2a+3b+6$ (2) $xy-3x+5y-15$
(3) $ab-7a-5b+35$ (4) $xy+x-8y-8$

2 (1) $a^2+8a+12$ (2) x^2-x-20
(3) a^2+4a-5 (4) $x^2-10x+21$

3 (1) $2a^2-5a-3$ (2) $3x^2-23x-8$
(3) $3b^2-19b+20$ (4) $2y^2-y-1$

4 (1) $a^2+10a+25$ (2) $b^2-18b+81$
(3) $x^2+2xy+y^2$ (4) $x^2-2xy+y^2$

5 (1) $9x^2+12x+4$ (2) $16x^2-40x+25$

6 (1) a^2-36 (2) $4b^2-1$
(3) a^2-4b^2 (4) x^2-y^2

7 (1) x^2+3x+2 (2) $x^2+3x-10$
(3) $x^2-9x+18$ (4) $x^2+3x-28$

8 (1) $2x^2+11x+12$ (2) $7x^2-13x-2$
(3) $-6x^2-x+5$ (4) $-4x^2+15x-14$

사고력 기르기

(1) $103^2=(100+3)^2=10000+600+9=10609$
(2) $299^2=(300-1)^2=90000-600+1=89401$
(3) $202\times198=(200+2)\times(200-2)=39996$
(4) $10.2\times9.8=(10+0.2)\times(10-0.2)=99.96$

05 인수분해 [p. 85~86]

1 (1) $a(x+5y)$ (2) $x(x-2a)$
(3) $4x(2x-y)$ (4) $a(x+y-z)$

사고력 기르기

인수분해를 할 때에는 모든 공통인수로 묶어야 하므로 $2x^2+4x=2x(x+2)$와 같이 인수분해하여야 한다.

06 인수분해 공식 [p. 87~92]

1 (1) $(a+5)^2$ (2) $(a-7)^2$
(3) $(2x+3)^2$ (4) $(3x-2)^2$

2 (1) $(a+7)(a-7)$ (2) $(4x+1)(4x-1)$
(3) $(3a+8)(3a-8)$ (4) $(2x+9)(2x-9)$

3 (1) 5, 2 (2) 6, 1

4 (1) $(x+2)(x+5)$ (2) $(x-1)(x-3)$
(3) $(x-3)(x+4)$ (4) $(x+5)(x-7)$

5 (1) $(x+2)(5x+3)$ (2) $(x-2)(4x-1)$
(3) $(x+3)(2x-7)$ (4) $(2x-3)(5x+4)$

6 (1) $3(x+1)(x-5)$ (2) $5a(x+3)(x-3)$
(3) $a(3x+1)^2$ (4) $2(x-1)(5x+3)$

7 $A=-6$, $B=4$, $C=3$이므로 $A+B+C=1$

정리 |확|인|학|습| p. 93

1 (1) x^9 (2) x^{14} (3) a^6b^7 (4) a^{14}
(5) x^3 (6) $\frac{1}{a^2}$ (7) $\frac{x^4}{y^6}$ (8) $\frac{1}{b^2}$

2 (1) $2ab+6a$ (2) $-15x^2+6x$
(3) $ab+2a+3b+6$ (4) $2x-y$

3 (1) x^2+6x+9 (2) $4x^2-20x+25$
(3) $49x^2-4y^2$ (4) $-3x^2+15x+14$

4 (1) $a(x+y)$ (2) $-ab(a-3b)$
(3) $2x(x-2)$ (4) $a(a+2b-c)$

5 (1) $(x+3)(x+7)$ (2) $(x-3)(x-4)$
(3) $(5x-2)(x+3)$ (4) $(5x+1)(3x-1)$

대/단/원 평가 문제 [p. 94~95]

1 ④ **2** ① **3** ① **4** ④ **5** ②
6 ① **7** ④ **8** ② **9** ① **10** ⑤
11 12 **12** $2a-3$ **13** $-\frac{2b^3}{a^2}$ **14** $5a^2+14ab+34b^2$
15 풀이 참조 **16** 풀이 참조

15 $\frac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\sqrt{5}+1$
$2<\sqrt{5}<3$, $3<\sqrt{5}+1<4$이므로
$a=3$, $b=(\sqrt{5}+1)-3=\sqrt{5}-2$
$b^2+ab=(\sqrt{5}-2)^2+3(\sqrt{5}-2)=3-\sqrt{5}$

16 인수분해 공식 중 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$이므로
$7.5^2\times3-2.5^2\times3=(7.5^2-2.5^2)\times3$
$=(7.5+2.5)(7.5-2.5)\times3=150$

Ⅱ 방정식과 함수

|준|비|학|습| [p. 97]

1

x	1	2	3	4	5
y	3	6	9	12	15

2 (1) $x=6$　(2) $x=-5$
(3) $x=-4$　(4) $x=2$

3 (1) x^2+6x+9　(2) $x^2-8x+16$
(3) x^2-49　(4) $x^2+8x+12$

1 일차방정식과 일차함수

01 일차방정식 [p. 99~106]

1 ㉢

2 (1) $x=2$　(2) $x=-1$

3 ㉢, ㉣

4 (1) $x=1$　(2) $x=5$

5 (1) $2x=4+1$　(2) $7x=17-15$
(3) $-3x-x=20$　(4) $5x-4x=-6-3$

6 ㉠, ㉣

7 (1) $x=4$　(2) $x=-3$

8 (1) $x=5$　(2) $x=7$

9 (1) $x=-2$　(2) $x=40$

사고력 기르기

$14-0.4x=0.3x$에서 양변에 10을 곱하면　$140-4x=3x$
140과 $3x$를 각각 이항하면　$-4x-3x=-140$
$-7x=-140$이므로 양변을 -7로 나누면　$x=20$

10 (1) $x=10$　(2) $x=-6$

| 단원 과제 |

귀뚜라미가 1분 동안 112회 울었으므로 그때의 기온 x ℃를 구하는 식은

$\frac{36}{5}x-32=112$, $x=144\times\frac{5}{36}=20$

따라서 구하는 기온은 20 ℃이다.

02 일차함수의 뜻과 그래프 [p. 107~125]

1 ㉠, ㉤, ㉥

2 (1) $y=24-x$　(2) $y=\frac{20}{x}$　(3) $y=4x$
일차함수인 것은 (1), (3)이다.

3 (1) 7　(2) 4　(3) 1　(4) 0

4 (1) $f(x)=3x$　(2) $f(5)=15$, $f(10)=30$

창의 up

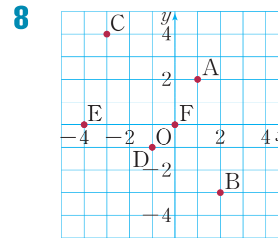
(1) 종이컵의 개수를 x개, 포개어 놓았을 때의 높이를 y mm라고 하면 x와 y 사이의 관계식은
$y=6(x-1)+73$ 또는 $y=6x+67$
(2) 127 mm

5 A(-4), B(1), C(5)

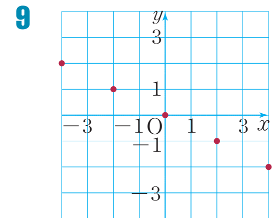
6 (1) $(a,\ 1)$, $(a,\ 3)$, $(b,\ 1)$, $(b,\ 3)$, $(c,\ 1)$, $(c,\ 3)$
(2) $(1,\ a)$, $(1,\ b)$, $(1,\ c)$, $(3,\ a)$, $(3,\ b)$, $(3,\ c)$

7 A$(2,\ 2)$, B$(-2,\ 4)$, C$(-3,\ -1)$, D$(3,\ -4)$

8

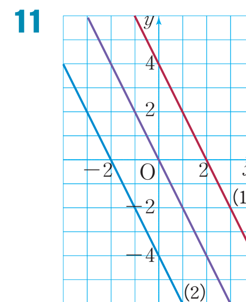


9



10 (1) 5　(2) -3

11

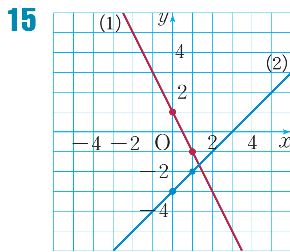


12 3

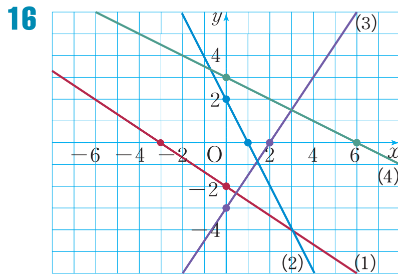
13 (1) $-2,\ -3$　(2) $2,\ 2$
(3) $-3,\ 3$　(4) $1,\ -2$

14 (1) $\frac{1}{2}$, 2　(2) $\frac{2}{3}$, -4　(3) 0, 0　(4) $-\frac{3}{8}$, $\frac{1}{4}$

15



16



사고력 기르기

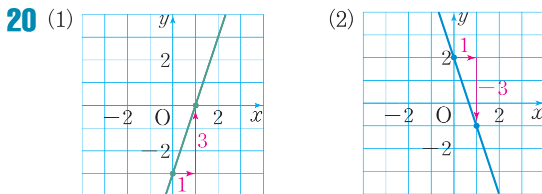
$y=ax$의 형태이므로 a의 값에 따라 무수히 많은 그래프를 그릴 수 있다. x절편 또는 y절편 중에서 하나만 주어진 경우도 무수히 많은 그래프를 그릴 수 있다.

17 (1) -15　　(2) -3　　(3) 같다.

18 (1) -2　　(2) $\frac{1}{2}$　　(3) -1　　(4) $\frac{2}{3}$

19 -4

20 (1)　　(2)



사고력 기르기

$a>0$, $b=0$	제1, 3사분면
$a>0$, $b>0$	제1, 2, 3사분면
$a>0$, $b<0$	제1, 3, 4사분면
$a<0$, $b=0$	제2, 4사분면
$a<0$, $b>0$	제1, 2, 4사분면
$a<0$, $b<0$	제2, 3, 4사분면

03 일차함수의 그래프의 성질 [p.126~132]

1 (1) $a>0$, $b>0$　　(2) $a>0$, $b<0$
(3) $a<0$, $b>0$　　(4) $a<0$, $b<0$

2 ㉠, ㉢의 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이고, ㉡, ㉣의 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.

3 ㉠과 ㉣, ㉡과 ㉤, ㉢과 ㉥

4 4

5 (1) $y=-2x+3$　(2) $y=-3x$　(3) $y=\frac{2}{3}x+1$

6 (1) $y=\frac{1}{2}x-1$　　(2) $y=-\frac{1}{2}x+2$

7 (1) $y=2x-2$　　(2) $y=-2x+5$
(3) $y=-x+6$　　(4) $y=4x+10$

창의 up

이 그래프는 항상 점 $(0,\ -1)$을 지나므로 $y=ax-1$의 그래프가 점 B$(4,\ 3)$을 지날 때 기울기 a는 $a=1$이고, $y=ax-1$의 그래프가 점 C$(2,\ 6)$을 지날 때 기울기 a는 $a=\frac{6-(-1)}{2-0}=\frac{7}{2}$이므로 $y=ax-1$의 그래프가 △ABC와 만나기 위한 a값의 범위는 $1\le a\le\frac{7}{2}$이다.

8 (1) $y=\frac{3}{4}x+3$　　(2) $y=\frac{2}{5}x-2$

04 미지수가 2개인 일차방정식 [p.133~134]

1 ㉠, ㉢

2 (1) $(1,\ 4)$, $(2,\ 3)$, $(3,\ 2)$, $(4,\ 1)$
(2) $(2,\ 4)$, $(4,\ 3)$, $(6,\ 2)$, $(8,\ 1)$

3 ㉡, ㉣

05 연립일차방정식과 그 해 [p.135~137]

1 (1) $(2,\ 4)$　　(2) $(5,\ 3)$

2 $(3,\ 2)$

3 0

06 연립일차방정식의 풀이 [p.138~147]

1 (1) $x=2$, $y=3$ (2) $x=-3$, $y=1$

2 (1) $x=-3$, $y=2$ (2) $x=3$, $y=2$

3 (1) $x=3$, $y=1$ (2) $x=7$, $y=-1$

사고력 기르기

승준이는 두 방정식을 변끼리 더하거나 빼는 방법으로, 서영이는 한 방정식을 다른 방정식에 대입하는 방법으로 해를 구하였다.

4 (1) $x=2$, $y=0$ (2) $x=2$, $y=-3$

5 (1) $x=3$, $y=8$ (2) $x=4$, $y=-3$
(3) $x=6$, $y=2$ (4) $x=4$, $y=-2$

6 (1) $x=1$, $y=-1$ (2) $x=15$, $y=8$

사고력 기르기

주연이는 ①의 양변에 6을 곱할 때와 ②의 양변에 3을 곱할 때 상수항에는 곱하지 않았다.
주연이의 풀이를 올바르게 고치면 다음과 같다.

$$\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=5 & \cdots\cdots ① \\ x+y=4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

①의 양변에 6을 곱하고, ②의 양변에 3을 곱하면

$$\begin{cases} 3x+2y=30 & \cdots\cdots ③ \\ 3x+3y=12 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

③과 ④를 변끼리 빼면 $-y=18$, $y=-18$
$y=-18$을 ②에 대입하면 $x-18=4$, $x=22$
따라서 구하는 해는 $x=22$, $y=-18$이다.

7 (1) 해는 무수히 많다. (2) 해는 없다.
(3) 해는 무수히 많다. (4) 해는 없다.

사고력 기르기

예시 해가 무수히 많은 경우: $a=6$, $b=-4$, $c=8$
두 방정식을 변형하여 x의 계수, y의 계수, 상수항을 각각 같게 만들 수 있을 때이다.
해가 없는 경우: $a=6$, $b=-4$, $c\neq 8$
두 방정식을 변형하여 x의 계수, y의 계수는 각각 같고 상수항은 다르게 만들 수 있을 때이다.

8 (1) 해는 무수히 많다. (2) 해는 없다.

07 부등식과 그 해 [p.149~151]

1 (1) $x+15>30$ (2) $0.2x+0.6<6$

2 (1) 1, 2 (2) -2, -1, 0
(3) -2, -1 (4) 2

사고력 기르기

놀이 기구의 이용 기준이 되는 키, 고속버스에 탈 수 있는 인원 등을 부등식으로 나타낼 수 있다.

08 부등식의 성질 [p.152~154]

1 (1) $<$ (2) $<$ (3) $<$ (4) $<$

2 (1) $<$ (2) $<$ (3) $<$ (4) $<$

3 (1) $>$ (2) $>$ (3) $>$ (4) $>$

4 (1) $\leq$ (2) $\geq$ (3) $\geq$ (4) $\leq$

5 (1) $<$ (2) $\geq$

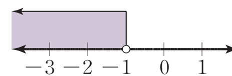
사고력 기르기

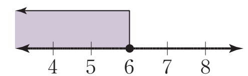
등식과는 달리 부등식은 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀌는 성질이 있다. 부등식의 나머지 성질은 등식의 성질과 같다.

09 일차부등식의 풀이 [p.155~160]

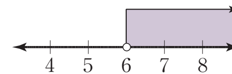
1 ㉡, ㉢

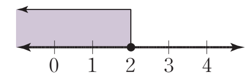
2 (1) $x<-1$ (2) $x\leq 6$



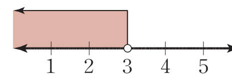


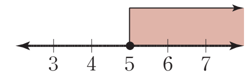
(3) $x>6$ (4) $x\leq 2$



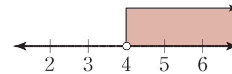


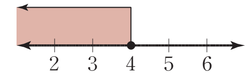
3 (1) $x<3$ (2) $x\geq 5$





(3) $x>4$ (4) $x\leq 4$





4 (1) $x>-20$ (2) $x\leq 1$ (3) $x>-7$ (4) $x\geq\frac{12}{5}$

5 (1) $x<6$ (2) $x\leq 2$

6 (1) $x\geq 10$ (2) $x<12$

7 (1) $x>5$ (2) $x\leq -5$ (3) $x\leq 6$ (4) $x<2$

8 (1) $x\geq 3$ (2) $x<-4$ (3) $x>6$ (4) $x\geq 1$

10 연립일차부등식 [p.161~164]

1 (1) $-2<x\leq 2$ (2) $x>2$
(3) $-2<x\leq 1$ (4) $x<-3$

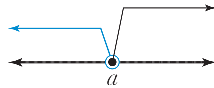
2 (1) 해는 없다. (2) 해는 없다.

3 (1) $-4<x<4$ (2) $-2<x\leq 3$
(3) $-2<x\leq 8$ (4) $-3<x\leq 4$

4 (1) $-3\leq x\leq 3$ (2) 해는 없다.

사고력 기르기

x는 a보다 크거나 같고, x는 a보다 작아야 한다. 따라서 이를 동시에 만족시키는 연립일차부등식의 해는 없다.



정리 |확|인|학|습| p.165

1 (1) $x=6$ (2) $x=-2$ (3) $x=8$ (4) $x=\frac{3}{2}$

2 ㉠, ㉣

3 (1) $x=4$, $y=5$ (2) $x=3$, $y=1$

4 (1) $x<2$ (2) $x<-16$ (3) $x\geq 4$ (4) $x\geq -1$

2 이차방정식과 이차함수

01 이차방정식과 그 해 [p.167~168]

1 ㉠, ㉣

2 (1) $x=0$ 또는 $x=2$ (2) $x=-1$ 또는 $x=2$

02 이차방정식의 풀이 [p.169~178]

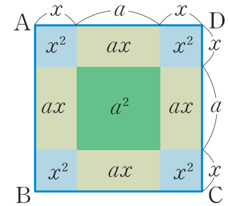
1 (1) $x=-2$ 또는 $x=3$ (2) $x=0$ 또는 $x=-6$
(3) $x=4$ 또는 $x=-\frac{1}{5}$ (4) $x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=8$

2 (1) $x=-2$ 또는 $x=7$ (2) $x=-5$ 또는 $x=1$
(3) $x=-5$ 또는 $x=2$ (4) $x=-5$ 또는 $x=3$

3 (1) 9 (2) 16 (3) 25 (4) 6

창의 up

정사각형 ABCD의 넓이는 $4x^2+4ax+a^2$이고, 한 변의 길이가 $2x+a$이므로 넓이는 $(2x+a)^2$으로 나타낼 수 있다. 따라서 $4x^2+4ax+a^2=(2x+a)^2$이다.



4 (1) $x=7$ (중근) (2) $x=4$ (중근)
(3) $x=1$ 또는 $x=4$ (4) $x=2$ (중근)

5 (1) $x=\pm\frac{\sqrt{2}}{3}$ (2) $x=\pm\sqrt{5}$
(3) $x=\pm\frac{1}{2}$ (4) $x=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

6 (1) $x=8$ 또는 $x=-2$ (2) $x=-1\pm 2\sqrt{3}$
(3) $x=-5\pm\sqrt{2}$ (4) $x=2\pm\frac{\sqrt{7}}{3}$

7 (1) 4, 4, 2, 6 (2) $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{4}$

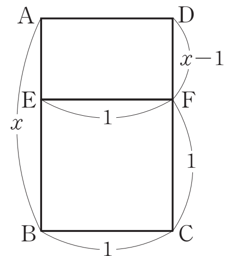
8 (1) $x=-2\pm\sqrt{7}$ (2) $x=3\pm 2\sqrt{2}$
(3) $x=5\pm\sqrt{5}$ (4) $x=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$

9 (1) $x=\frac{-3\pm\sqrt{29}}{2}$ (2) $x=\frac{4\pm\sqrt{11}}{5}$

10 (1) $x=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{4}$ (2) $x=\frac{5\pm\sqrt{7}}{3}$

|단원 과제|

직사각형 ABCD와 직사각형 DAEF는 닮은 도형이다.
즉, 비례식으로 나타내어 풀면
$x^2-x-1=0$ $(x>0)$
따라서 $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$



03 이차함수의 뜻 [p. 179~181]

1 (1) $y=-x^2+6x\ (0<x<6)$
(2) $y=x^3\ (x>0)$
(3) $y=3x\ (x>0)$
(4) $y=4\pi x^2\ (x>0)$
따라서 이차함수인 것은 (1), (4)이다.

2 $x=0$일 때, $y=1$ $\quad$ $x=2$일 때, $y=-11$
$x=1$일 때, $y=-1$ $\quad$ $x=3$일 때, $y=-29$

3 -5

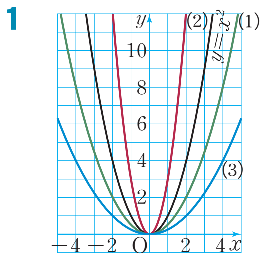
4 (1) $a=\frac{5}{3}$ 또는 $a=-2$ $\quad$ (2) $a=1$

사고력 기르기

한 변의 길이가 x m인 정사각형 모양의 밭의 넓이를 $y\ \text{m}^2$라고 하면 $y=x^2$인 관계가 성립한다.

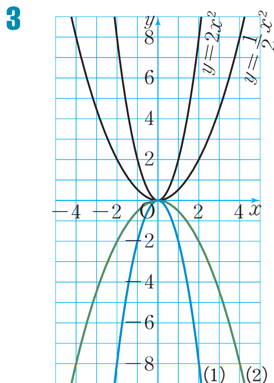
04 이차함수 $y=ax^2$의 그래프 [p. 182~186]

1



2 (2), (1), (3)

3



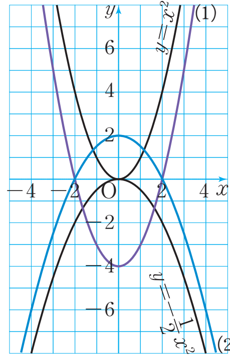
4 ㉠, ㉣

5 ㉡, ㉠, ㉢, ㉣

05 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프 [p. 187~192]

1 (1) y축의 방향으로 -5만큼 평행이동
(2) y축의 방향으로 1만큼 평행이동

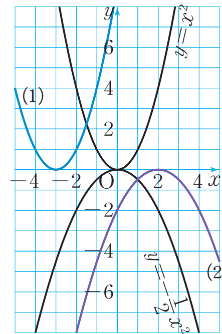
2



3 (1) $y=x^2+4$, $(0,\ 4)$
(2) $y=-\frac{1}{3}x^2-2$, $(0,\ -2)$

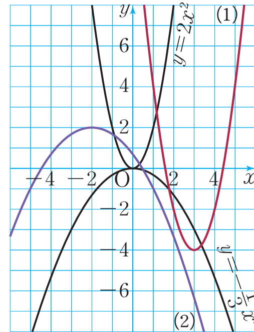
4 (1) x축의 방향으로 -1만큼 평행이동
(2) x축의 방향으로 5만큼 평행이동

5



6 (1) $y=2(x-1)^2$, $(1,\ 0)$
(2) $y=-\frac{1}{4}(x+3)^2$, $(-3,\ 0)$

7



8 (1) $y=(x+2)^2+1$, $x=-2$, $(-2,\ 1)$
(2) $y=3(x-3)^2-2$, $x=3$, $(3,\ -2)$
(3) $y=\frac{1}{2}(x+1)^2-2$, $x=-1$, $(-1,\ -2)$
(4) $y=-2(x-1)^2+2$, $x=1$, $(1,\ 2)$

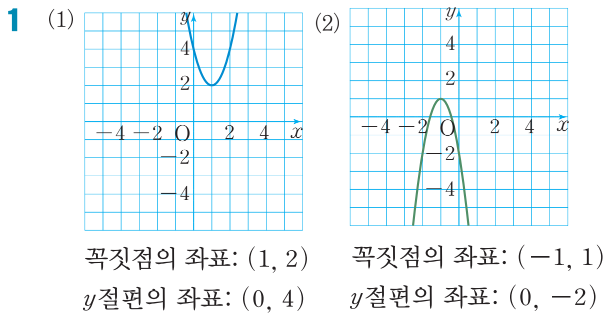
사고력 기르기

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 a, p, q의 부호에 따라 다음과 같은 사분면을 지난다.

		$q>0$	$q<0$
$a>0$	$p>0$	제1, 2사분면	제1, 2, 4사분면 또는 모든 사분면
	$p<0$	제1, 2사분면	제1, 2, 3사분면 또는 모든 사분면
$a<0$	$p>0$	제1, 3, 4사분면 또는 모든 사분면	제3, 4사분면
	$p<0$	제2, 3, 4사분면 또는 모든 사분면	제3, 4사분면

06 이차함수의 그래프의 성질 [p.193~198]

1 (1) (2)



꼭짓점의 좌표: (1, 2) 꼭짓점의 좌표: (−1, 1)
y절편의 좌표: (0, 4) y절편의 좌표: (0, −2)

2 $y=2x^2+8x+11$

창의 up

꼭짓점의 좌표는 (−4, 6)이므로

$6=\frac{1}{4}\times(-4)^2-k$, $k=-2$

3 (1) 최솟값은 $x=3$일 때 −4이고, 최댓값은 없다.
(2) 최댓값은 $x=2$일 때 2이고, 최솟값은 없다.

4 (1) 최솟값은 $x=-2$일 때 −4이고, 최댓값은 없다.
(2) 최댓값은 $x=1$일 때 −2이고, 최솟값은 없다.

5 $y=-4x^2-16x-15$

정리 |확|인|학|습| p.199

1 (1), (4)

2 (1) $x=\frac{-5\pm\sqrt{37}}{6}$ (2) $x=1\pm\sqrt{5}$

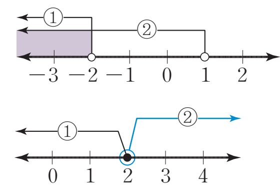
3 (1) $y=(x-1)^2-4$ (2) $x=1$, (1, −4)

4 (1) 최솟값은 $x=3$일 때 −5이고, 최댓값은 없다.
(2) 최댓값은 $x=-1$일 때 4이고, 최솟값은 없다.
(3) 최솟값은 $x=1$일 때 −2이고, 최댓값은 없다.
(4) 최댓값은 $x=3$일 때 4이고, 최솟값은 없다.

대/단/원 평가 문제 [p.200~201]

1 ①	2 ⑤	3 ③	4 ①	5 ①
6 ①	7 ③	8 ⑤	9 ②	10 ③
11 2	12 −3	13 풀이 참조		14 16
15 풀이 참조		16 풀이 참조		

13 (1) $x<-2$



(2) 구하는 해는 없다.

15 두 연립일차방정식의 해는

$\begin{cases} x+y=-5 & \cdots\cdots① \\ 2x-7y=-1 & \cdots\cdots② \end{cases}$ 의 해와 같다.

따라서 $a=11$, $b=-11$, $a+b=11-11=0$

16 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 최솟값은 $x=-1$일 때 −3이므로 $y=a(x+1)^2-3$
$5=a(1+1)^2-3$에서 $a=2$이므로
$a=2$, $b=4$, $c=-1$
따라서 $a+b+c=2+4+(-1)=5$이다.

Ⅲ 피타고라스 정리와 삼각비

|준|비|학|습| [p.205]

1 (1) 5 cm^2 (2) 6 cm^2

2 $\frac{9}{2}$

1 피타고라스 정리

01 피타고라스 정리 [p.207~212]

1 (1) $\frac{a^2+2ab+b^2}{2}$

(2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}ab$, $\triangle DEB=\frac{1}{2}ab$, $\triangle CBE=\frac{1}{2}c^2$

(3) $ab+\frac{a^2+b^2}{2}=ab+\frac{c^2}{2}$, 따라서 $a^2+b^2=c^2$

사고력 기르기

cx, cy, $x+y$

2 (1) 5 (2) $\sqrt{130}$

3 ㉠, ㉡, ㉣　　**4** ㉢

| 단원 과제 |

(사다리의 길이)^2=(강의 폭)^2+(탑의 높이)^2
$=5^2+12^2=169=13^2$
따라서 필요한 사다리의 최소 길이는 13 m이다.

02 평면도형에의 활용 [p. 213~217]

1 (1) 25 cm　(2) $4\sqrt{337}$ cm

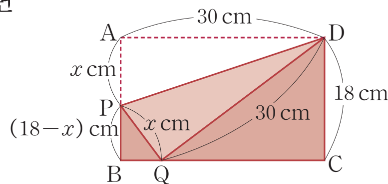
2 38.75 m

3 (1) $4\sqrt{3}$ cm　(2) $\sqrt{21}$ cm

4 $5\sqrt{3}$ cm　**5** $\frac{15\sqrt{7}}{4}$ cm^2

창의 up

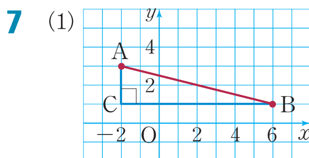
$\overline{AP}=x$ cm로 놓으면
$\overline{BP}=(18-x)$ cm,
$\overline{PQ}=x$ cm
△DQC는 직각삼각형이므로
$\overline{BQ}=30-24=6$(cm)



$x^2=(18-x)^2+6^2$, $36x=360$, $x=10$
△PQD는 직각삼각형이므로 넓이는 150 cm^{2}이다.

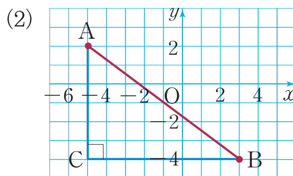
6 (1) 2　(2) 4　(3) 3

7 (1)



$\overline{AB}=2\sqrt{17}$

(2)



$\overline{AB}=10$

사고력 기르기

문을 통과할 수 있는 가장 긴 길이는 문의 대각선의 길이이므로 이 길이를 x cm라고 하면　$200^2+80^2=x^2$
이를 풀면 구하는 길이는　$40\sqrt{29}$ cm

03 입체도형에의 활용 [p. 218~220]

1 (1) $3\sqrt{10}$ cm　(2) $3\sqrt{14}$ cm

2 $\sqrt{3}a$　**3** 320π cm^3　**4** 397.7 cm^3

5 높이: $5\sqrt{2}$ cm, 부피: $\frac{500\sqrt{2}}{3}$ cm^3

정리 | 확 | 인 | 학 | 습 | p. 221

1 16 cm^2

2 (1) 10　(2) $4\sqrt{2}$

3 $3\sqrt{3}$ cm

4 (1) $\sqrt{65}$　(2) 8

2 삼각비

01 삼각비의 뜻 [p. 223~226]

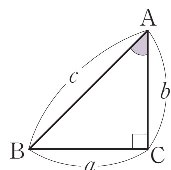
1 (1) $\sin A=\frac{5}{13}$, $\cos A=\frac{12}{13}$, $\tan A=\frac{5}{12}$
$\sin B=\frac{12}{13}$, $\cos B=\frac{5}{13}$, $\tan B=\frac{12}{5}$
(2) $\sin A=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos A=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan A=1$
$\sin B=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan B=1$

2 (1) $\sin A=\frac{4}{5}$, $\cos A=\frac{3}{5}$, $\tan A=\frac{4}{3}$
$\sin B=\frac{3}{5}$, $\cos B=\frac{4}{5}$, $\tan B=\frac{3}{4}$
(2) $\sin A=\frac{3}{4}$, $\cos A=\frac{\sqrt{7}}{4}$, $\tan A=\frac{3\sqrt{7}}{7}$
$\sin B=\frac{\sqrt{7}}{4}$, $\cos B=\frac{3}{4}$, $\tan B=\frac{\sqrt{7}}{3}$

3 $\sin B=\frac{4}{5}$, $\cos B=\frac{3}{5}$

사고력 기르기

$\sin A=\cos A$이므로 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$이다.
즉, $a=b$이므로 △ABC는 직각이등변삼각형이다.



02 삼각비의 값 [p. 227~232]

1 (1) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ (2) 0 (3) 1 (4) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

2 (1) $x=2$, $y=2\sqrt{3}$ (2) $x=3\sqrt{2}$, $y=3\sqrt{2}$

3 (1) 0.77 (2) 0.64 (3) 1.19

4 (1) 1 (2) $-\frac{1}{2}$

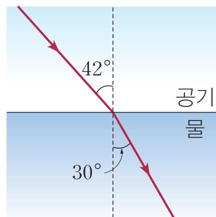
5 (1) 삼각비의 표: $\sin 12^\circ=0.2079$
계산기: $\sin 12^\circ=0.2079116\cdots$ ➡ 0.2079
(2) 삼각비의 표: $\cos 47^\circ=0.6820$
계산기: $\cos 47^\circ=0.6819983\cdots$ ➡ 0.6820
(3) 삼각비의 표: $\tan 76^\circ=4.0108$
계산기: $\tan 76^\circ=4.0107809\cdots$ ➡ 4.0108

사고력 기르기

$\sin x=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\overline{BC}$, $\cos x=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\overline{AB}$

(1) $x=45^\circ$인 경우 $\sin x=\cos x$
(2) $0^\circ<x<45^\circ$인 경우 $\sin x<\cos x$
(3) $45^\circ<x<90^\circ$인 경우 $\sin x>\cos x$

| 단원 과제 |



입사각이 42°이고 굴절각이 30°이므로 물의 굴절률은

$\frac{\sin 42^\circ}{\sin 30^\circ}=\frac{0.6691}{0.5}=1.3382$

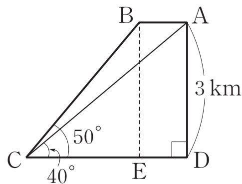
따라서 1.338이다.

03 거리 구하기 [p. 233~235]

1 544.8 m **2** 0.42 m

3 $\overline{AC}=136.6$ m, $\overline{BC}=122.5$ m

창의 up



오른쪽 그림과 같이 나타내면

$\overline{CD}=\frac{3}{0.8}=3.75$(km),

$\overline{CE}=\frac{3}{1.2}=2.5$(km)

따라서 $\overline{AB}=1.25$(km)이므로

경비행기의 평균 속력은 $\frac{1.25}{20}=0.0625$(km/s)이다.

04 넓이 구하기 [p. 236~238]

1 (1) $4\sqrt{3}$ cm^2 (2) $14\sqrt{2}$ cm^2

2 $\frac{25\sqrt{2}}{2}$ cm^2

사고력 기르기

직각삼각형 ABC의 넓이는 $\frac{1}{2}ac$

한편 $\angle B=90^\circ$이고, $\sin 90^\circ=1$이므로

$S=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}ac\sin 90^\circ=\frac{1}{2}ac$

따라서 $\angle B=90^\circ$인 경우에도 $S=\frac{1}{2}ac\sin B$이다.

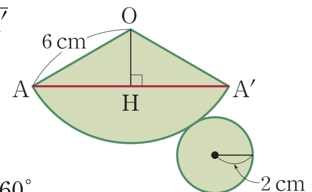
정리 |확|인|학|습| p. 239

1 (1) 8
(2) $\sin A=\frac{15}{17}$, $\sin B=\frac{8}{17}$
$\cos A=\frac{8}{17}$, $\cos B=\frac{15}{17}$
$\tan A=\frac{15}{8}$, $\tan B=\frac{8}{15}$

2 $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ m **3** $45\sqrt{3}$ cm^2 **4** $21\sqrt{2}$ cm^2

대/단/원 평가 문제 [p. 240~241]

1 ① **2** ①, ③ **3** ⑤ **4** ③ **5** ②
6 ② **7** ② **8** ⑤ **9** ③ **10** ③
11 15 cm **12** 24 cm^2 **13** $\sqrt{3}$ **14** $(9-3\sqrt{3})$cm
15 풀이 참조 **16** 풀이 참조



15 구하는 최단 거리는 $\overline{AA'}$의 길이와 같다.
한편 $\overset{\frown}{AA'}$의 길이는 $(2\pi\times 2)$ cm
$\angle AOH=\frac{1}{2}\angle AOA'=60^\circ$
$\overline{AH}=\overline{AO}\times\sin 60^\circ=3\sqrt{3}$(cm)
따라서 구하는 최단 거리는 $6\sqrt{3}$ cm이다.

16 색칠한 부분의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\pi\times 6^2-\frac{1}{2}\times 6\times 6\times\sin(180^\circ-120^\circ)$
$=18\pi-18\times\frac{\sqrt{3}}{2}=18\pi-9\sqrt{3}$(cm^2)

제곱근표

①

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	1.020	1.025	1.030	1.034	1.039	1.044
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	1.068	1.072	1.077	1.082	1.086	1.091
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	1.114	1.118	1.122	1.127	1.131	1.136
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	1.158	1.162	1.166	1.170	1.175	1.179
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	1.200	1.204	1.208	1.212	1.217	1.221
1.5	1.225	1.229	1.233	1.237	1.241	1.245	1.249	1.253	1.257	1.261
1.6	1.265	1.269	1.273	1.277	1.281	1.285	1.288	1.292	1.296	1.300
1.7	1.304	1.308	1.311	1.315	1.319	1.323	1.327	1.330	1.334	1.338
1.8	1.342	1.345	1.349	1.353	1.356	1.360	1.364	1.367	1.371	1.375
1.9	1.378	1.382	1.386	1.389	1.393	1.396	1.400	1.404	1.407	1.411
2.0	1.414	1.418	1.421	1.425	1.428	1.432	1.435	1.439	1.442	1.446
2.1	1.449	1.453	1.456	1.459	1.463	1.466	1.470	1.473	1.476	1.480
2.2	1.483	1.487	1.490	1.493	1.497	1.500	1.503	1.507	1.510	1.513
2.3	1.517	1.520	1.523	1.526	1.530	1.533	1.536	1.539	1.543	1.546
2.4	1.549	1.552	1.556	1.559	1.562	1.565	1.568	1.572	1.575	1.578
2.5	1.581	1.584	1.587	1.591	1.594	1.597	1.600	1.603	1.606	1.609
2.6	1.612	1.616	1.619	1.622	1.625	1.628	1.631	1.634	1.637	1.640
2.7	1.643	1.646	1.649	1.652	1.655	1.658	1.661	1.664	1.667	1.670
2.8	1.673	1.676	1.679	1.682	1.685	1.688	1.691	1.694	1.697	1.700
2.9	1.703	1.706	1.709	1.712	1.715	1.718	1.720	1.723	1.726	1.729
3.0	1.732	1.735	1.738	1.741	1.744	1.746	1.749	1.752	1.755	1.758
3.1	1.761	1.764	1.766	1.769	1.772	1.775	1.778	1.780	1.783	1.786
3.2	1.789	1.792	1.794	1.797	1.800	1.803	1.806	1.808	1.811	1.814
3.3	1.817	1.819	1.822	1.825	1.828	1.830	1.833	1.836	1.838	1.841
3.4	1.844	1.847	1.849	1.852	1.855	1.857	1.860	1.863	1.865	1.868
3.5	1.871	1.873	1.876	1.879	1.881	1.884	1.887	1.889	1.892	1.895
3.6	1.897	1.900	1.903	1.905	1.908	1.910	1.913	1.916	1.918	1.921
3.7	1.924	1.926	1.929	1.931	1.934	1.936	1.939	1.942	1.944	1.947
3.8	1.949	1.952	1.954	1.957	1.960	1.962	1.965	1.967	1.970	1.972
3.9	1.975	1.977	1.980	1.982	1.985	1.987	1.990	1.992	1.995	1.997
4.0	2.000	2.002	2.005	2.007	2.010	2.012	2.015	2.017	2.020	2.022
4.1	2.025	2.027	2.030	2.032	2.035	2.037	2.040	2.042	2.045	2.047
4.2	2.049	2.052	2.054	2.057	2.059	2.062	2.064	2.066	2.069	2.071
4.3	2.074	2.076	2.078	2.081	2.083	2.086	2.088	2.090	2.093	2.095
4.4	2.098	2.100	2.102	2.105	2.107	2.110	2.112	2.114	2.117	2.119
4.5	2.121	2.124	2.126	2.128	2.131	2.133	2.135	2.138	2.140	2.142
4.6	2.145	2.147	2.149	2.152	2.154	2.156	2.159	2.161	2.163	2.166
4.7	2.168	2.170	2.173	2.175	2.177	2.179	2.182	2.184	2.186	2.189
4.8	2.191	2.193	2.195	2.198	2.200	2.202	2.205	2.207	2.209	2.211
4.9	2.214	2.216	2.218	2.220	2.223	2.225	2.227	2.229	2.232	2.234
5.0	2.236	2.238	2.241	2.243	2.245	2.247	2.249	2.252	2.254	2.256
5.1	2.258	2.261	2.263	2.265	2.267	2.269	2.272	2.274	2.276	2.278
5.2	2.280	2.283	2.285	2.287	2.289	2.291	2.293	2.296	2.298	2.300
5.3	2.302	2.304	2.307	2.309	2.311	2.313	2.315	2.317	2.319	2.322
5.4	2.324	2.326	2.328	2.330	2.332	2.335	2.337	2.339	2.341	2.343

제곱근표 ②

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	2.345	2.347	2.349	2.352	2.354	2.356	2.358	2.360	2.362	2.364
5.6	2.366	2.369	2.371	2.373	2.375	2.377	2.379	2.381	2.383	2.385
5.7	2.387	2.390	2.392	2.394	2.396	2.398	2.400	2.402	2.404	2.406
5.8	2.408	2.410	2.412	2.415	2.417	2.419	2.421	2.423	2.425	2.427
5.9	2.429	2.431	2.433	2.435	2.437	2.439	2.441	2.443	2.445	2.447
6.0	2.449	2.452	2.454	2.456	2.458	2.460	2.462	2.464	2.466	2.468
6.1	2.470	2.472	2.474	2.476	2.478	2.480	2.482	2.484	2.486	2.488
6.2	2.490	2.492	2.494	2.496	2.498	2.500	2.502	2.504	2.506	2.508
6.3	2.510	2.512	2.514	2.516	2.518	2.520	2.522	2.524	2.526	2.528
6.4	2.530	2.532	2.534	2.536	2.538	2.540	2.542	2.544	2.546	2.548
6.5	2.550	2.551	2.553	2.555	2.557	2.559	2.561	2.563	2.565	2.567
6.6	2.569	2.571	2.573	2.575	2.577	2.579	2.581	2.583	2.585	2.587
6.7	2.588	2.590	2.592	2.594	2.596	2.598	2.600	2.602	2.604	2.606
6.8	2.608	2.610	2.612	2.613	2.615	2.617	2.619	2.621	2.623	2.625
6.9	2.627	2.629	2.631	2.632	2.634	2.636	2.638	2.640	2.642	2.644
7.0	2.646	2.648	2.650	2.651	2.653	2.655	2.657	2.659	2.661	2.663
7.1	2.665	2.666	2.668	2.670	2.672	2.674	2.676	2.678	2.680	2.681
7.2	2.683	2.685	2.687	2.689	2.691	2.693	2.694	2.696	2.698	2.700
7.3	2.702	2.704	2.706	2.707	2.709	2.711	2.713	2.715	2.717	2.718
7.4	2.720	2.722	2.724	2.726	2.728	2.729	2.731	2.733	2.735	2.737
7.5	2.739	2.740	2.742	2.744	2.746	2.748	2.750	2.751	2.753	2.755
7.6	2.757	2.759	2.760	2.762	2.764	2.766	2.768	2.769	2.771	2.773
7.7	2.775	2.777	2.778	2.780	2.782	2.784	2.786	2.787	2.789	2.791
7.8	2.793	2.795	2.796	2.798	2.800	2.802	2.804	2.805	2.807	2.809
7.9	2.811	2.812	2.814	2.816	2.818	2.820	2.821	2.823	2.825	2.827
8.0	2.828	2.830	2.832	2.834	2.835	2.837	2.839	2.841	2.843	2.844
8.1	2.846	2.848	2.850	2.851	2.853	2.855	2.857	2.858	2.860	2.862
8.2	2.864	2.865	2.867	2.869	2.871	2.872	2.874	2.876	2.877	2.879
8.3	2.881	2.883	2.884	2.886	2.888	2.890	2.891	2.893	2.895	2.897
8.4	2.898	2.900	2.902	2.903	2.905	2.907	2.909	2.910	2.912	2.914
8.5	2.915	2.917	2.919	2.921	2.922	2.924	2.926	2.927	2.929	2.931
8.6	2.933	2.934	2.936	2.938	2.939	2.941	2.943	2.944	2.946	2.948
8.7	2.950	2.951	2.953	2.955	2.956	2.958	2.960	2.961	2.963	2.965
8.8	2.966	2.968	2.970	2.972	2.973	2.975	2.977	2.978	2.980	2.982
8.9	2.983	2.985	2.987	2.988	2.990	2.992	2.993	2.995	2.997	2.998
9.0	3.000	3.002	3.003	3.005	3.007	3.008	3.010	3.012	3.013	3.015
9.1	3.017	3.018	3.020	3.022	3.023	3.025	3.027	3.028	3.030	3.032
9.2	3.033	3.035	3.036	3.038	3.040	3.041	3.043	3.045	3.046	3.048
9.3	3.050	3.051	3.053	3.055	3.056	3.058	3.059	3.061	3.063	3.064
9.4	3.066	3.068	3.069	3.071	3.072	3.074	3.076	3.077	3.079	3.081
9.5	3.082	3.084	3.085	3.087	3.089	3.090	3.092	3.094	3.095	3.097
9.6	3.098	3.100	3.102	3.103	3.105	3.106	3.108	3.110	3.111	3.113
9.7	3.114	3.116	3.118	3.119	3.121	3.122	3.124	3.126	3.127	3.129
9.8	3.130	3.132	3.134	3.135	3.137	3.138	3.140	3.142	3.143	3.145
9.9	3.146	3.148	3.150	3.151	3.153	3.154	3.156	3.158	3.159	3.161

제곱근표 ③

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	3.162	3.178	3.194	3.209	3.225	3.240	3.256	3.271	3.286	3.302
11	3.317	3.332	3.347	3.362	3.376	3.391	3.406	3.421	3.435	3.450
12	3.464	3.479	3.493	3.507	3.521	3.536	3.550	3.564	3.578	3.592
13	3.606	3.619	3.633	3.647	3.661	3.674	3.688	3.701	3.715	3.728
14	3.742	3.755	3.768	3.782	3.795	3.808	3.821	3.834	3.847	3.860
15	3.873	3.886	3.899	3.912	3.924	3.937	3.950	3.962	3.975	3.987
16	4.000	4.012	4.025	4.037	4.050	4.062	4.074	4.087	4.099	4.111
17	4.123	4.135	4.147	4.159	4.171	4.183	4.195	4.207	4.219	4.231
18	4.243	4.254	4.266	4.278	4.290	4.301	4.313	4.324	4.336	4.347
19	4.359	4.370	4.382	4.393	4.405	4.416	4.427	4.438	4.450	4.461
20	4.472	4.483	4.494	4.506	4.517	4.528	4.539	4.550	4.561	4.572
21	4.583	4.593	4.604	4.615	4.626	4.637	4.648	4.658	4.669	4.680
22	4.690	4.701	4.712	4.722	4.733	4.743	4.754	4.764	4.775	4.785
23	4.796	4.806	4.817	4.827	4.837	4.848	4.858	4.868	4.879	4.889
24	4.899	4.909	4.919	4.930	4.940	4.950	4.960	4.970	4.980	4.990
25	5.000	5.010	5.020	5.030	5.040	5.050	5.060	5.070	5.079	5.089
26	5.099	5.109	5.119	5.128	5.138	5.148	5.158	5.167	5.177	5.187
27	5.196	5.206	5.215	5.225	5.235	5.244	5.254	5.263	5.273	5.282
28	5.292	5.301	5.310	5.320	5.329	5.339	5.348	5.357	5.367	5.376
29	5.385	5.394	5.404	5.413	5.422	5.431	5.441	5.450	5.459	5.468
30	5.477	5.486	5.495	5.505	5.514	5.523	5.532	5.541	5.550	5.559
31	5.568	5.577	5.586	5.595	5.604	5.612	5.621	5.630	5.639	5.648
32	5.657	5.666	5.675	5.683	5.692	5.701	5.710	5.718	5.727	5.736
33	5.745	5.753	5.762	5.771	5.779	5.788	5.797	5.805	5.814	5.822
34	5.831	5.840	5.848	5.857	5.865	5.874	5.882	5.891	5.899	5.908
35	5.916	5.925	5.933	5.941	5.950	5.958	5.967	5.975	5.983	5.992
36	6.000	6.008	6.017	6.025	6.033	6.042	6.050	6.058	6.066	6.075
37	6.083	6.091	6.099	6.107	6.116	6.124	6.132	6.140	6.148	6.156
38	6.164	6.173	6.181	6.189	6.197	6.205	6.213	6.221	6.229	6.237
39	6.245	6.253	6.261	6.269	6.277	6.285	6.293	6.301	6.309	6.317
40	6.325	6.332	6.340	6.348	6.356	6.364	6.372	6.380	6.387	6.395
41	6.403	6.411	6.419	6.427	6.434	6.442	6.450	6.458	6.465	6.473
42	6.481	6.488	6.496	6.504	6.512	6.519	6.527	6.535	6.542	6.550
43	6.557	6.565	6.573	6.580	6.588	6.595	6.603	6.611	6.618	6.626
44	6.633	6.641	6.648	6.656	6.663	6.671	6.678	6.686	6.693	6.701
45	6.708	6.716	6.723	6.731	6.738	6.745	6.753	6.760	6.768	6.775
46	6.782	6.790	6.797	6.804	6.812	6.819	6.826	6.834	6.841	6.848
47	6.856	6.863	6.870	6.877	6.885	6.892	6.899	6.907	6.914	6.921
48	6.928	6.935	6.943	6.950	6.957	6.964	6.971	6.979	6.986	6.993
49	7.000	7.007	7.014	7.021	7.029	7.036	7.043	7.050	7.057	7.064
50	7.071	7.078	7.085	7.092	7.099	7.106	7.113	7.120	7.127	7.134
51	7.141	7.148	7.155	7.162	7.169	7.176	7.183	7.190	7.197	7.204
52	7.211	7.218	7.225	7.232	7.239	7.246	7.253	7.259	7.266	7.273
53	7.280	7.287	7.294	7.301	7.308	7.314	7.321	7.328	7.335	7.342
54	7.348	7.355	7.362	7.369	7.376	7.382	7.389	7.396	7.403	7.409

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7.416	7.423	7.430	7.436	7.443	7.450	7.457	7.463	7.470	7.477
56	7.483	7.490	7.497	7.503	7.510	7.517	7.523	7.530	7.537	7.543
57	7.550	7.556	7.563	7.570	7.576	7.583	7.589	7.596	7.603	7.609
58	7.616	7.622	7.629	7.635	7.642	7.649	7.655	7.662	7.668	7.675
59	7.681	7.688	7.694	7.701	7.707	7.714	7.720	7.727	7.733	7.740
60	7.746	7.752	7.759	7.765	7.772	7.778	7.785	7.791	7.797	7.804
61	7.810	7.817	7.823	7.829	7.836	7.842	7.849	7.855	7.861	7.868
62	7.874	7.880	7.887	7.893	7.899	7.906	7.912	7.918	7.925	7.931
63	7.937	7.944	7.950	7.956	7.962	7.969	7.975	7.981	7.987	7.994
64	8.000	8.006	8.012	8.019	8.025	8.031	8.037	8.044	8.050	8.056
65	8.062	8.068	8.075	8.081	8.087	8.093	8.099	8.106	8.112	8.118
66	8.124	8.130	8.136	8.142	8.149	8.155	8.161	8.167	8.173	8.179
67	8.185	8.191	8.198	8.204	8.210	8.216	8.222	8.228	8.234	8.240
68	8.246	8.252	8.258	8.264	8.270	8.276	8.283	8.289	8.295	8.301
69	8.307	8.313	8.319	8.325	8.331	8.337	8.343	8.349	8.355	8.361
70	8.367	8.373	8.379	8.385	8.390	8.396	8.402	8.408	8.414	8.420
71	8.426	8.432	8.438	8.444	8.450	8.456	8.462	8.468	8.473	8.479
72	8.485	8.491	8.497	8.503	8.509	8.515	8.521	8.526	8.532	8.538
73	8.544	8.550	8.556	8.562	8.567	8.573	8.579	8.585	8.591	8.597
74	8.602	8.608	8.614	8.620	8.626	8.631	8.637	8.643	8.649	8.654
75	8.660	8.666	8.672	8.678	8.683	8.689	8.695	8.701	8.706	8.712
76	8.718	8.724	8.729	8.735	8.741	8.746	8.752	8.758	8.764	8.769
77	8.775	8.781	8.786	8.792	8.798	8.803	8.809	8.815	8.820	8.826
78	8.832	8.837	8.843	8.849	8.854	8.860	8.866	8.871	8.877	8.883
79	8.888	8.894	8.899	8.905	8.911	8.916	8.922	8.927	8.933	8.939
80	8.944	8.950	8.955	8.961	8.967	8.972	8.978	8.983	8.989	8.994
81	9.000	9.006	9.011	9.017	9.022	9.028	9.033	9.039	9.044	9.050
82	9.055	9.061	9.066	9.072	9.077	9.083	9.088	9.094	9.099	9.105
83	9.110	9.116	9.121	9.127	9.132	9.138	9.143	9.149	9.154	9.160
84	9.165	9.171	9.176	9.182	9.187	9.192	9.198	9.203	9.209	9.214
85	9.220	9.225	9.230	9.236	9.241	9.247	9.252	9.257	9.263	9.268
86	9.274	9.279	9.284	9.290	9.295	9.301	9.306	9.311	9.317	9.322
87	9.327	9.333	9.338	9.343	9.349	9.354	9.359	9.365	9.370	9.375
88	9.381	9.386	9.391	9.397	9.402	9.407	9.413	9.418	9.423	9.429
89	9.434	9.439	9.445	9.450	9.455	9.460	9.466	9.471	9.476	9.482
90	9.487	9.492	9.497	9.503	9.508	9.513	9.518	9.524	9.529	9.534
91	9.539	9.545	9.550	9.555	9.560	9.566	9.571	9.576	9.581	9.586
92	9.592	9.597	9.602	9.607	9.612	9.618	9.623	9.628	9.633	9.638
93	9.644	9.649	9.654	9.659	9.664	9.670	9.675	9.680	9.685	9.690
94	9.695	9.701	9.706	9.711	9.716	9.721	9.726	9.731	9.737	9.742
95	9.747	9.752	9.757	9.762	9.767	9.772	9.778	9.783	9.788	9.793
96	9.798	9.803	9.808	9.813	9.818	9.823	9.829	9.834	9.839	9.844
97	9.849	9.854	9.859	9.864	9.869	9.874	9.879	9.884	9.889	9.894
98	9.899	9.905	9.910	9.915	9.920	9.925	9.930	9.935	9.940	9.945
99	9.950	9.955	9.960	9.965	9.970	9.975	9.980	9.985	9.990	9.995

삼각비의 표

각도	사인(sin)	코사인(cos)	탄젠트(tan)	각도	사인(sin)	코사인(cos)	탄젠트(tan)
0°	0.0000	1.0000	0.0000	**45°**	0.7071	0.7071	1.0000
1°	0.0175	0.9998	0.0175	**46°**	0.7193	0.6947	1.0355
2°	0.0349	0.9994	0.0349	**47°**	0.7314	0.6820	1.0724
3°	0.0523	0.9986	0.0524	**48°**	0.7431	0.6691	1.1106
4°	0.0698	0.9976	0.0699	**49°**	0.7547	0.6561	1.1504
5°	0.0872	0.9962	0.0875	**50°**	0.7660	0.6428	1.1918
6°	0.1045	0.9945	0.1051	**51°**	0.7771	0.6293	1.2349
7°	0.1219	0.9925	0.1228	**52°**	0.7880	0.6157	1.2799
8°	0.1392	0.9903	0.1405	**53°**	0.7986	0.6018	1.3270
9°	0.1564	0.9877	0.1584	**54°**	0.8090	0.5878	1.3764
10°	0.1736	0.9848	0.1763	**55°**	0.8192	0.5736	1.4281
11°	0.1908	0.9816	0.1944	**56°**	0.8290	0.5592	1.4826
12°	0.2079	0.9781	0.2126	**57°**	0.8387	0.5446	1.5399
13°	0.2250	0.9744	0.2309	**58°**	0.8480	0.5299	1.6003
14°	0.2419	0.9703	0.2493	**59°**	0.8572	0.5150	1.6643
15°	0.2588	0.9659	0.2679	**60°**	0.8660	0.5000	1.7321
16°	0.2756	0.9613	0.2867	**61°**	0.8746	0.4848	1.8040
17°	0.2924	0.9563	0.3057	**62°**	0.8829	0.4695	1.8807
18°	0.3090	0.9511	0.3249	**63°**	0.8910	0.4540	1.9626
19°	0.3256	0.9455	0.3443	**64°**	0.8988	0.4384	2.0503
20°	0.3420	0.9397	0.3640	**65°**	0.9063	0.4226	2.1445
21°	0.3584	0.9336	0.3839	**66°**	0.9135	0.4067	2.2460
22°	0.3746	0.9272	0.4040	**67°**	0.9205	0.3907	2.3559
23°	0.3907	0.9205	0.4245	**68°**	0.9272	0.3746	2.4751
24°	0.4067	0.9135	0.4452	**69°**	0.9336	0.3584	2.6051
25°	0.4226	0.9063	0.4663	**70°**	0.9397	0.3420	2.7475
26°	0.4384	0.8988	0.4877	**71°**	0.9455	0.3256	2.9042
27°	0.4540	0.8910	0.5095	**72°**	0.9511	0.3090	3.0777
28°	0.4695	0.8829	0.5317	**73°**	0.9563	0.2924	3.2709
29°	0.4848	0.8746	0.5543	**74°**	0.9613	0.2756	3.4874
30°	0.5000	0.8660	0.5774	**75°**	0.9659	0.2588	3.7321
31°	0.5150	0.8572	0.6009	**76°**	0.9703	0.2419	4.0108
32°	0.5299	0.8480	0.6249	**77°**	0.9744	0.2250	4.3315
33°	0.5446	0.8387	0.6494	**78°**	0.9781	0.2079	4.7046
34°	0.5592	0.8290	0.6745	**79°**	0.9816	0.1908	5.1446
35°	0.5736	0.8192	0.7002	**80°**	0.9848	0.1736	5.6713
36°	0.5878	0.8090	0.7265	**81°**	0.9877	0.1564	6.3138
37°	0.6018	0.7986	0.7536	**82°**	0.9903	0.1392	7.1154
38°	0.6157	0.7880	0.7813	**83°**	0.9925	0.1219	8.1443
39°	0.6293	0.7771	0.8098	**84°**	0.9945	0.1045	9.5144
40°	0.6428	0.7660	0.8391	**85°**	0.9962	0.0872	11.4301
41°	0.6561	0.7547	0.8693	**86°**	0.9976	0.0698	14.3007
42°	0.6691	0.7431	0.9004	**87°**	0.9986	0.0523	19.0811
43°	0.6820	0.7314	0.9325	**88°**	0.9994	0.0349	28.6363
44°	0.6947	0.7193	0.9657	**89°**	0.9998	0.0175	57.2900
45°	0.7071	0.7071	1.0000	**90°**	1.0000	0.0000	

용어

기호

사진 자료 출처

뉴스뱅크 이미지 • • 101쪽, 111쪽, 150쪽

셔터스톡 • • 22쪽, 42쪽, 46쪽, 64쪽, 98쪽, 206쪽, 207쪽, 214쪽, 222쪽

유로크레온 • • 85쪽

이미지클릭 • • 20쪽, 30쪽, 74쪽, 114쪽, 151쪽, 173쪽, 226쪽, 235쪽

토픽이미지 • • 10쪽, 18쪽, 33쪽, 44쪽, 45쪽, 52쪽, 57쪽, 63쪽, 71쪽, 72쪽, 76쪽, 78쪽, 81쪽, 96쪽, 107쪽, 110쪽, 116쪽, 122쪽, 133쪽, 138쪽, 140쪽, 142쪽, 149쪽, 150쪽, 152쪽, 156쪽, 178쪽, 179쪽, 193쪽, 196쪽, 204쪽, 206쪽, 213쪽, 223쪽, 227쪽, 233쪽, 235쪽, 236쪽

기타 • • 미국항공우주국(http://www.nasa.gov) – 55쪽

인용 자료 출처

12쪽, 김용운, 김용국, 한국 수학사, 살림Math, 2012, pp.110~112

14쪽, 박교식, 수학기호 다시보기, 수학사랑, 2004, pp.14~15

20쪽, Carl B. Boyer, Uta C. Merzbach(양영오, 조윤동 역), 수학의 역사(상, 하), 경문사, 2000, pp.331

49쪽, 안효섭, 홍창의 소아과학, 미래엔, 2012, pp.939

52쪽, 두산백과사전 두피디아(http://www.doopedia.co.kr)

52쪽, Hannu Karttunen 외 4인(강혜성 외 6인 역), 기본 천문학, 시그마프레스, 2008, pp.193~229

55쪽, 미국항공우주국(http://www.nasa.gov)

65쪽, 이광연, 멋진 세상을 만든 수학, 문학동네, 2011, pp.70~73

76쪽, 조민영, 케이크, 김영사, 2004, pp.10~18

99쪽, G. Robins and C. Shute, The Rhind mathematical papyrus an ancient Egyptian text, Dover, 1987

107쪽, 전력거래소(http://www.kpx.or.kr)

122쪽, 공조설비용어사전 편찬회, 공조냉동건축설비 용어사전, 일진사, 2011, pp.34

142쪽, 기네스 세계 기록(http://guinnessworldrecords.com)

142쪽, NBA(http://www.nba.com)

149쪽, 기상청(http://www.kma.go.kr)

149쪽, 이광연, 이광연의 수학플러스, 동아시아, 2010, pp.96~98

150쪽, 동아일보(http://www.donga.com)

152쪽, 국립공원관리공단(http://www.knps.or.kr)

152쪽, 두산백과사전 두피디아(http://www.doopedia.co.kr)

156쪽, 두산백과사전 두피디아(http://www.doopedia.co.kr)

156쪽, 주한 캐나다관광청(http://kr-keepexploring.canada.travel)

206쪽, 이광연, 비하인드 수학파일, 예담, 2011, pp.42~46

209쪽, 이광연, 이광연의 수학플러스, 동아시아, 2010, pp.232~233

222쪽, 두산백과사전 두피디아(http://www.doopedia.co.kr)

223쪽, 이광연, 멋진 세상을 만든 수학, 문학동네, 2011, pp.162~167

집필진

* **신항균**	서울교육대학교 총장	**이광연**	한서대학교 교수
조준모	선일여자중학교 교사	**윤기원**	용문고등학교 교사

* 표시는 집필진 책임자임

인천광역시교육청 인정도서심의회 위원

* **박규홍**	서원대학교	**김미경**	연송고등학교	**전효진**	가림고등학교	**고명호**	인천국제고등학교
정옥경	인천신현고등학교	**이재성**	인천공항고등학교	**윤효진**	인천고등학교	**차요섭**	인천대건고등학교
김동수	신명여자고등학교	**배혜정**	옥련여자고등학교	**오경민**	학익고등학교	**김현희**	인일여자고등학교
정미라	제물포고등학교	**임병태**	영종국제물류고등학교	**김종오**	광성고등학교	**신선희**	인천청라고등학교
최중근	인천초은고등학교	**이종현**	작전여자고등학교	**이선희**	문일여자고등학교	**고아라**	부평고등학교
이진	세일고등학교	**강신석**	인천과학고등학교	**유경민**	연수여자고등학교	**박숭열**	인천예일고등학교
양재원	인천영선고등학교	**김희경**	도림고등학교	**우연희**	서운고등학교	**김성식**	부광여자고등학교
양혜순	인천부흥고등학교	**윤세정**	부광고등학교	**이혜연**	백석고등학교	**최미희**	작전고등학교
권태룡	동인천고등학교	**류주현**	부평여자고등학교	**박은희**	연수고등학교	**김기선**	인천광성중학교
김현옥	신송고등학교	**김윤정**	인천국제고등학교	**조영식**	인천부흥고등학교	**홍지연**	인천신현고등학교
민선애	인천공항고등학교	**김진영**	인천진산과학고등학교	**신은주**	인일여자고등학교	**고현숙**	학익여자고등학교
권봉희	인천송천고등학교	**장은하**	부개여자고등학교	**김성래**	광성고등학교	**문서영**	인천청라고등학교
서순옥	인천예술고등학교	**박진상**	인천외국어고등학교	**함유선**	인천여자고등학교	**최윤호**	연수고등학교
김윤수	검단고등학교	**박영경**	세일고등학교	**박종호**	안남고등학교	**안현태**	강화고등학교
안유진	인천진산과학고등학교	**이재정**	인천남동고등학교	**문정연**	연수여자고등학교	**김장회**	인천예일고등학교
유영신	인천상정고등학교	**조성현**	인천원당고등학교	**임승희**	인제고등학교	**이주영**	인천송천고등학교
배수아	인천산곡고등학교	**김복수**	송도고등학교	**이대성**	부광고등학교	**고석구**	건국대학교
박제남	인하대학교	**정문자**	수원대학교	**이재원**	금오공과대학교	**류희수**	경인교육대학교
오흥준	초당대학교	**이종성**	인하대학교	**조규근**	명지대학교	**오종철**	군산대학교
배재형	경희대학교	**김병학**	경희대학교	**이재혁**	이화여자대학교	**이동환**	부산교육대학교
김성기	계산고등학교	**김대흥**	신송고등학교	**김경선**	인천가정고등학교	**박용회**	계산고등학교
전경환	인하대학교사범대학 부속고등학교	**허석**	부개고등학교	**윤기운**	인천여자고등학교	**고일석**	계양고등학교
서동희	인천고잔고등학교	**박희성**	인천영종고등학교	**한경호**	학익여자고등학교	**김혜경**	검단고등학교
조준호	인명여자고등학교	**성미애**	부개여자고등학교	**최항철**	인천국제고등학교		

* 표시는 심의회 위원장임

인천광역시교육청 인정도서 감수 위원

* **황우형**	고려대학교	**김원**	고려대학교	**김동중**	고려대학교	**정연준**	충남대학교
김경미	고려대학교	**권나영**	인하대학교	**배성철**	고려대학교	**이다희**	고려대학교
최상호	고려대학교	**구인숙**	반성중학교	**김진철**	진주동명고등학교	**김경용**	상무고등학교
장윤정	남산중학교	**임형순**	배문고등학교				

* 표시는 감수 위원 책임자임

만든 사람들

개발 책임 김영호
편집 김경수, 윤준원, 천세규, 최윤정, 김은빛, 이유희
표지 디자인 김의수
본문 디자인 박현신
삽화 김성남
컷 맥컴

인천광역시교육청에서 2013년 8월 30일 인정 승인을 하였음.

고등학교 기초 수학

2014. 3. 1. 초판 발행 정가 원
지은이: 신항균 외 3인
발행인: (주)지학사 서울시 마포구 신촌로 6길 5
인쇄인: (주)벽호 경기도 파주시 한빛로 43

이 교과서의 본문 용지는 우수 재활용 제품 인증을 받은 재활용 종이를 사용했습니다.

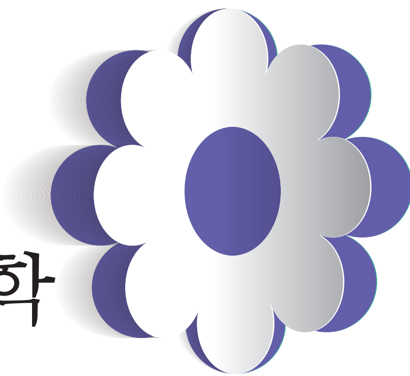
교과서에 대한 문의사항이나 의견이 있는 분은 한국교과서연구재단이 운영하는 **교과서민원바로처리센터**(전화 1566-8572, 누리집 주소 http://www.textbook114.com 또는 http://www.교과서114.com)에 문의하여 주시기 바랍니다.

이 도서에 게재된 저작물에 대한 보상금은 문화체육관광부 장관이 정하는 기준에 따라 **사단법인 한국복제전송저작권협회**(전화 02-2608-2800, 누리집 주소 www.korra.kr)에서 저작재산권자에게 지급합니다.

내용 관련 문의: (주)지학사 콘텐츠본부 수학팀 전화 02-330-5440 전송 02-325-8009
구입 관련 문의: (주)지학사 영업본부 영업관리팀 전화 02-330-5302 전송 02-325-8010
공급 업무 대행: 사단법인 한국검인정교과서 경기도 파주시 조리읍 당재봉로 29-28
개별 구입 안내: 누리집 주소 www.ktbook.com 전화 02-3663-5409~12 (사)한국검인정교과서

ISBN 978-89-05-04010-9 53410

고|등|학|교 기초 수학





ISBN 978-89-05-04010-9